



Experiencias en las políticas y gestión de la ciencia, la tecnología y la innovación en las universidades y su impacto social

Guía para el uso de GeoGebra en Secundaria Básica.

GeoGebra Guide for the Junior High School

Luis Eduardo Benítez Oliva ^{1*}, Leydis Rivera Montero ²

¹ Universidad de las Ciencias Informáticas. Carretera a San Antonio de los Baños Km 2½. Torrens, Boyeros, La Habana. lebenitez@uci.cu

² Secundaria Básica Luis Augusto Turcios Lima. Calle 26 de julio (final), Palma Soriano, Santiago de Cuba.

* Autor para correspondencia: lebenitez@uci.cu

Resumen

El acelerado crecimiento de las tecnologías contribuye significativamente al desarrollo de los diferentes entornos educativos. La alta motivación que genera el uso de estas en niños y jóvenes constituye un elemento fundamental para su introducción en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Con el desarrollo del software de geometría dinámica GeoGebra, las tecnologías han adquirido alto significado para la enseñanza de la Matemática. Existe una gran comunidad de profesores de diferentes países desarrollando recursos educativos con GeoGebra, sin fines de lucro. El Ministerio de Educación de Cuba ha establecido dentro de sus indicaciones metodológicas el uso de GeoGebra en Secundaria Básica, sin embargo se ha podido constatar la falta de preparación de los docentes para llevar a cabo esta tarea. Como parte de un Proyecto de Extensión Universitaria del Departamento de Matemática de la Facultad 4 de la Universidad de las Ciencias Informáticas, la presente investigación tuvo como propósito establecer una guía de trabajo para la introducción y uso de GeoGebra en Secundaria Básica. Esto fue posible mediante el análisis y síntesis de otras experiencias educativas publicadas en Cuba y el mundo, el análisis de documentos metodológicos de Secundaria Básica y las condiciones para uso de GeoGebra de la Secundaria Luis Augusto Turcios Lima en Palma Soriano, Santiago de Cuba. La guía presentada es la base de la introducción a las prácticas con GeoGebra, para la elaboración e implementación planificada de actividades y recursos educativos de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en Secundaria Básica.

Palabras clave: Software de Geometría Dinámica, GeoGebra, Matemática, Secundaria Básica, Proceso de Enseñanza Aprendizaje



Abstract

The accelerated growth of technology contributes significantly to the development of different educational environments. The high motivation that it generates among Junior High School students constitutes a fundamental element for its introduction in the teaching-learning process. With the development of the dynamic geometry software GeoGebra, technology has acquired high significance in the teaching of Mathematics. There is a large community of teachers, from different countries, developing non-profitable educational resources with GeoGebra. The Cuban Ministry of Education has established – within its methodological guidelines – the use of GeoGebra in the Junior High School. However, it has already been noticed that there is a lack of preparation from teachers to carry out this task. As part of a University Extension Project of the Mathematics Department, Faculty 4, University of Informatics Sciences, the present research is aimed at establishing a work-guide for the introduction and use of the GeoGebra in the Junior High School. The analysis and synthesis of other educational experiences – published in Cuba and abroad –, the analysis of methodological documents in the Junior High School, and the conditions for use of GeoGebra of Luis Augusto Turcios Lima Junior High School, Palma Soriano, Santiago de Cuba, enabled the fulfilment of the work. The presented guide is the basis for GeoGebra practice introduction, for the elaboration and planned implementation of activities and educational resources of GeoGebra in the teaching-learning process of Mathematics in the Junior High School.

Keywords: *Dynamic Geometry Software, GeoGebra, Mathematics, Junior High School, Teaching-Learning Process*

Introducción

Desde tiempos remotos, incluso desde sus inicios, el hombre ha utilizado diferentes medios que han servido para su propio aprendizaje y directa o indirectamente para enseñar a otros. Los medios han ido evolucionando; su uso en el proceso de enseñanza-aprendizaje conlleva un estudio detallado de cómo estos contribuyen a la formación de los educandos. Se planifican, utilizan y evalúa su repercusión en los diferentes sistemas educativos alrededor de todo el mundo.

Con el surgimiento de los ordenadores se han desarrollado diferentes medios para la educación. La alta motivación que genera el uso de las tecnologías en niños y jóvenes constituye un elemento fundamental para su introducción en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al respecto García (2011) plantea que para los profesores de secundaria constituye un desafío integrar la tecnología en su enseñanza, como muestra de animar a los alumnos a explorar ideas y desarrollar conjeturas, mientras continúan ayudándoles a comprender la necesidad de las demostraciones o contraejemplos de las conjeturas.

Particularmente, las dificultades que ha presentado el PEA de la Matemática ha tomado entre sus direcciones el desarrollo de aplicaciones de ordenador que faciliten al profesor la enseñanza de la misma y al estudiante su aprendizaje. Entre estas aplicaciones Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis y Lavicza (2008) identifican los sistemas informáticos de álgebra (tales como Derive, Mathematica, Maple y MuPAD) y los software de geometría dinámica (tales como Geómetra y Cabri) como potentes herramientas para la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo era de interés combinar la geometría, el álgebra y el cálculo en un solo paquete y es así que surge Geogebra.

GeoGebra es un software matemático interactivo libre, cuyas funciones tienden a simplificar las construcciones geométricas. Es un recurso tecnológico que puede ser utilizado en la elaboración de estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas. (Alcívar, Zambrano, Párraga, Mendoza y Zambrano, 2019)

Debido a las grandes potencialidades que ofrece GeoGebra, el Ministerio de Educación (MINED) ha dado entre sus orientaciones el uso del mismo en Secundaria Básica. Sin embargo, en un curso de GeoGebra realizado para profesores de Secundaria Básica y a partir de la observación se pudo constatar que existe poca formación de los docentes en cuanto al uso de Geogebra y principalmente sobre cómo integrarlos en el PEA de la Matemática. Resulta importante resaltar que las actividades del curso estaban dirigidas principalmente al manejo de las funcionalidades de GeoGebra y poco hacia alguna metodología para su introducción y utilización en el proceso docente, lo cual deja en manos de un profesor con poco dominio del software la práctica docente con el software.

En virtud de los beneficios que conlleva la implementación de GeoGebra en Secundaria Básica y la necesidad de preparación para ejecutar esta tarea, el Departamento de Matemática de la Facultad 4 de la Universidad de Ciencias Informáticas, como parte de un Proyecto Extensionista, se ha propuesto contribuir en la introducción e implementación de GeoGebra en Secundaria Básica. Por ende se establece como propósito de la presente investigación diseñar una guía metodológica para la introducción de GeoGebra en el PEA de la Matemática en Secundaria Básica.

Materiales y métodos o Metodología computacional

Para cumplir el objetivo de la presente investigación se realizó el análisis y síntesis de algunas metodologías y experiencia en el uso de GeoGebra a partir de investigaciones realizadas en Cuba y el mundo. Para lo cual se determinaron las principales características de dichas metodologías.

Entre las principales investigaciones con GeoGebra resaltaron los trabajos realizados por Arce, Conejo, Pecharromán y Ortega (2015), García (2011), Arteaga, Medina y del Sol (2019)

Arce et al. (2015) describen una metodología de participación activa del alumno durante el aprendizaje de conceptos y relaciones geométricas, llevada a cabo con estudiantes del Grado de Educación Primaria (futuros maestros). A partir de una configuración geométrica construida con GeoGebra en la que se cumpla cierta relación Arce et al. (2015) procuran que los estudiantes puedan detectar y conjeturar la existencia de esas relaciones geométricas y verbalizar sus conjeturas. Para ello se basan en 3 actividades fundamentales:

- Planteamiento de tareas con la ayuda del programa GeoGebra.
- Debates en el aula basados en las respuestas de los alumnos a las tareas.
- Tarea de escritura reflexiva individual sobre el proceso seguido por cada alumno, impresiones y evolución de su aprendizaje.

Aunque la investigación no se desarrolla en secundaria sino con futuros maestros de la educación primaria Arce et al. (2015) presentan elementos metodológicos en el uso de GeoGebra que se consideraron importantes que se consideran importantes:

- Diagnóstico de los conocimientos de los estudiantes.
- Elaboración de materiales de GeoGebra por parte de los profesores en función de las dificultades encontradas en el diagnóstico y de los contenidos.
- Práctica introductoria inicial para aprender a manejar el entorno GeoGebra de forma directa.
- Tareas basadas en la construcción de elementos donde los alumnos deben construir algún elemento geométrico, a través de indicaciones verbales o mediante la definición verbal del elemento.
- Tareas basadas en la escritura verbal de una descripción de pasos seguidos o de la definición de un concepto.

- Tareas basadas en el reconocimiento y detección de relaciones geométricas y la escritura verbal de conjeturas.
- Debate o discusión colectiva basada en las respuestas de los alumnos.
- Realización de tarea reflexiva individual sobre el proceso seguido y la evolución de sus aprendizajes.
- Control posterior de los aprendizajes desarrollados.
- Ejecución de acciones que eviten un uso demasiado individualista de la tecnología (trabajo por parejas de los alumnos con el programa GeoGebra y discusión grupal).

Por su parte (García, 2011) pone en práctica dos secuencias de tareas una con lápiz y papel y otra basada en el uso de Geogebra para comprobar la transformación positiva de actitudes relacionadas con las matemáticas y el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de secundaria. Considera como principales elementos para la integración de las nuevas tecnologías en el aula:

- El papel del profesor como proveedor, facilitador, supervisor, guía, colaborador, motivador, consultor, planificador, asesor, evaluador, gestor de conocimientos, entre otros.
- Potenciar el aprendizaje por descubrimiento guiado, considerando las herramientas tecnológicas como recursos de indudable valor.
- La naturaleza de las tareas del aula no deben responder a contextos estandarizados, demasiado familiares para el alumno.
- Análisis de tareas que respondan principalmente a problemas de la vida real.
- Selección de tareas que permitan distintos caminos de resolución.
- No mostrar la estrategia de resolución del problema.
- No mostrar evidencias de los conocimientos matemáticos que es necesario movilizar para la resolución de los problemas.
- Los problemas deben constituir un desafío para los estudiantes que los inciten a intentar resolverlos, haciendo que el miedo que suele manifestar la mayoría al enfrentarse a ellos se desvanezca.
- Mantener condiciones de equidad para el acceso de todos y cada uno de los estudiantes a los recursos tecnológicos y generar un clima de trabajo que fomente la colaboración entre iguales.
- El trabajo colaborativo de pares de estudiantes, para fomentar el aprendizaje por descubrimiento guiado mediante el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC)

- Intervención directa de los docentes, en forma de discusiones o debates para resumir las investigaciones de los estudiantes y ayudar en la conceptualización de los contenidos matemáticos emergentes.
- Aprendizaje colaborativo en pequeños grupos teniendo en cuenta las características de las aulas para decidir el número de integrantes de cada grupo.

Para el diseño de las secuencias de tareas (García, 2011) acometió varias acciones metodológicas:

- Selección de los contenidos
- Clasificación de los contenidos
- Revisión de la fenomenología de los contenidos seleccionados
- Identificación de las capacidades y competencias que pretendía desarrollasen sus alumnos
- Análisis de posibles errores y dificultades que pondrían de manifiesto los alumnos.
- Selección de un foco de contenidos y sus capacidades asociadas.
- Selección de un grupo de tareas que representasen a todas las capacidades.
- Resolución de las tareas considerando el nivel de conocimientos de los estudiantes.
- Análisis de los contenidos más relevantes que manejaban las tareas.
- Revisión de los tipos de contenidos y capacidades implicadas en las tareas para cubrirlas todas.
- Comparación de las competencias asociadas a cada capacidad con las tareas seleccionadas para las capacidades, y en función de ello, ajusté la redacción de las mismas.

Arteaga et al. (2019) exponen algunas ideas sobre la utilización del GeoGebra en las clases de matemática en secundaria básica para propiciar, no solo, la búsqueda de conocimientos matemáticos, sino también para que el alumno reconozca la existencia de determinadas relaciones entre entes matemáticos que con el apoyo de GeoGebra puede descubrir.

En su investigación Arteaga et al. (2019) utilizan dos ejemplos ilustrativos: 1) la relación entre la amplitud del ángulo central y de los ángulos inscritos a los que corresponde el mismo arco; 2) cálculo del área del círculo. Con estos ejemplos expone la metodología para propiciar el descubrimiento de las relaciones por parte de los estudiante ejecutando las siguientes acciones:



- Comprobar y reactivar los conocimientos previos del alumno y que sirven de base para la obtención del nuevo conocimiento.
- Se orienta a los estudiantes la construcción de objetos, facilitando los comandos necesarios y estableciendo relación con la Vista Algebraica de GeoGebra.
- Con ayuda del GeoGebra inducir a que los alumnos reconozcan que existe una relación, utilizando el principio heurístico de movilidad que consiste en dejar invariantes una parte de las condiciones del problema y variar las restantes.
- Guiar al estudiante a la conjetura mediante preguntas realizadas por el profesor.

Resulta importante destacar que todos estos trabajos aportaron elementos importantes para el desarrollo de la presente investigación, sin embargo consideran sólo una sección, una parte dentro del proceso ya que en ninguno de estos se concibe el desarrollo del estudiante durante un largo período de tiempo como el que se establece en la enseñanza secundaria. Tampoco están dirigidos al paulatino incremento de las habilidades del estudiante en el manejo del software GeoGebra y en su relación con el aprendizaje significativo de la Matemática. Este es un objetivo que conlleva esfuerzo y tiempo; por ende debe ser bien planificado para darle un carácter sistémico.

Teniendo en cuenta el análisis de las investigaciones anteriores se realizó una entrevista a 2 profesores de Matemática de la Secundaria Básica Luis Augusto Turcios Lima con el objetivo de conocer en qué medida se utilizan las tecnologías en el PEA de la Matemática en dicha Secundaria y además determinar las características y condiciones para la introducción e implementación de GeoGebra.

A partir de entrevista a los profesores se pudo constatar que la escuela dispone de un laboratorio funcional con varias computadoras. Además tiene 3 profesores de Computación y 7 de Matemática. Sin embargo las aulas carecen de recursos y la enseñanza continúa siendo tradicional. La utilización de software educativo en el PEA de la Matemática es escasa o nula. Al menos el 50 % de los estudiantes tienen acceso a equipos de cómputo (dígase ordenador, tableta o teléfono móvil con sistema operativo compatible para la instalación de GeoGebra).



Resultados y discusión

El principal resultado lo constituye la propia Guía para el uso de GeoGebra en Secundaria Básica y algunos recursos educativos desarrollados con el software para su implementación. La Guía propuesta incluye realizar actividades con GeoGebra por ciclos de forma tal que los alumnos puedan ir avanzando paulatinamente a su ritmo y reconociendo las diferencias de los estudiantes.

Los ciclos propuestos para la actividad matemática con GeoGebra se dividen en 3 fases: familiarización, exploración y construcción.

Familiarización: El profesor prepara y presenta recursos con GeoGebra para apoyar la actividad. Por lo general se utilizará en las clases de nuevo contenido. El estudiante asume una posición principalmente pasiva, como receptor de información, puede observar lo que es capaz de hacer el maestro con el software, al tiempo que va incorporando a sus conocimientos los nuevos contenidos matemáticos y estableciendo relación con lo que ya conoce.

A continuación se muestra un ejemplo que se realiza con el estudio de los conjuntos numéricos. En la Figura 1 se presentan los diferentes conjuntos numéricos representado por elipses y un grupo de números fuera de los conjuntos; el objetivo es llevar los números al menor conjunto al cual pertenece. Esta actividad puede realizarse en el aula con el apoyo de la tecnología y la discusión grupal, facilitando el trabajo y reduciendo el tiempo de la misma ya que no es necesario escribir los números en la pizarra. Por otra parte pueden elaborarse otros similares para los estudiantes como tarea, que le permitan una mayor interacción con el software desde la casa. Para esto se propone trabajo en pareja o grupos de estudiantes en dependencia del acceso a las tecnologías.

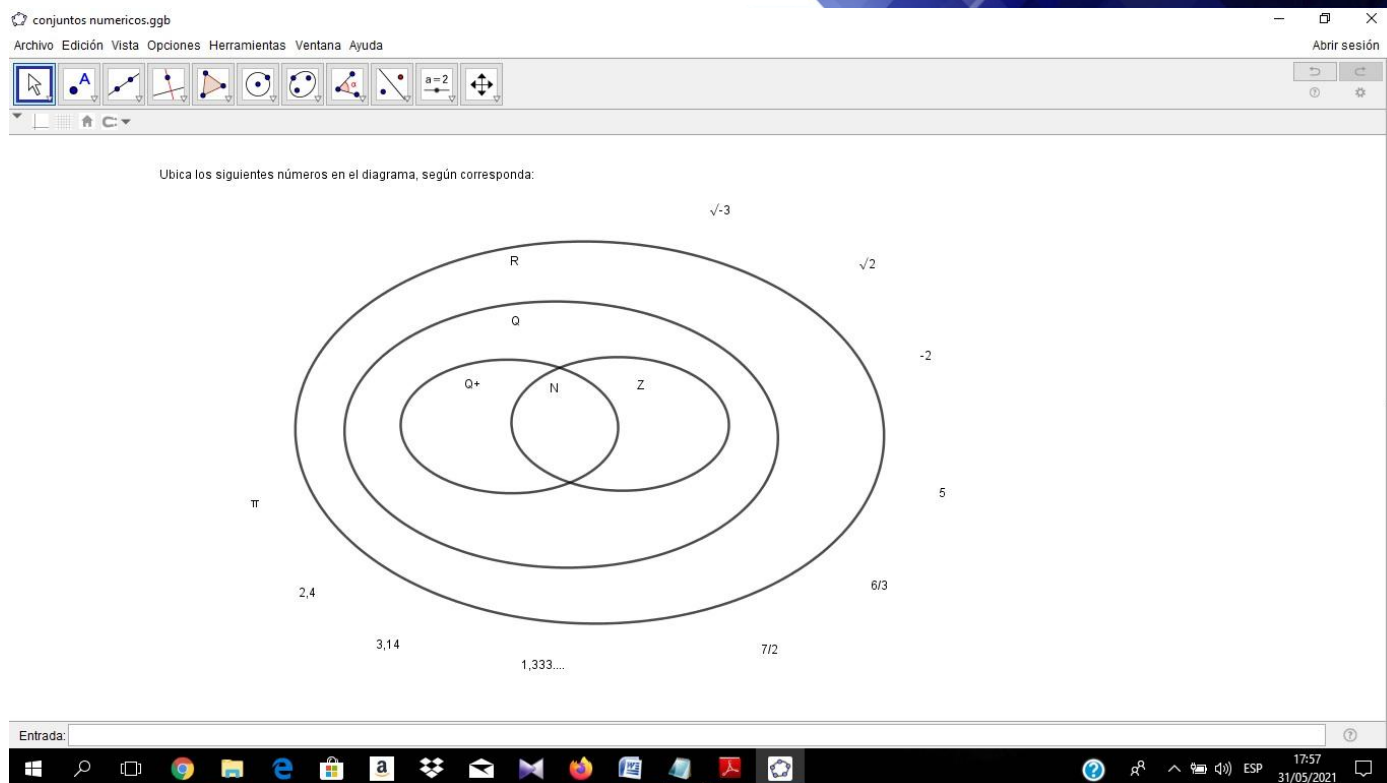


Figura 1. Conjuntos numéricos

Exploración: El estudiante asume una posición más activa en su propio aprendizaje. Se propone dividir las actividades en 2 tipos: actividades no guiadas y actividades guiadas. Como su nombre los indica, las actividades no guiadas consisten en orientar a los estudiantes la realización de construcciones con el software sin una guía para ello. Estas actividades contribuyen a estimular el pensamiento divergente y se realizarán principalmente como auto-preparación del alumno, aunque también puede utilizarse el laboratorio para una actividad de este tipo; se considera que al no sentir la presión del profesor para desarrollar algo específico el estudiante puede, en un inicio, motivarse más hacia la práctica con GeoGebra. Las otras actividades serán guiadas, para lo cual se le orienta al estudiante la manipulación del software, puede ser en presencia o ausencia del docente. El estudiante podrá disponer de una guía para la práctica específica de la actividad. Se planificarán dentro de la auto-preparación del alumno y en el laboratorio o un espacio controlado por el docente. Cabe destacar que en este proceso algunas actividades a realizar en presencia del docente pueden apoyarse de los profesores de computación.

Ejemplo de actividad no guiada: se le solicita dentro de la auto-preparación del alumno que intente representar con GeoGebra círculos, rectas, puntos y ángulos; sin embargo no se le limita a estos, sino que se le da la oportunidad de realizar otras construcciones para luego presentarlas en un espacio de intercambio destinado a ello. El estudiante no dispone de ninguna guía para realizar esta actividad.

Ejemplo de actividad guiada: A partir de una guía de GeoGebra que incluya la representación de círculos, rectas, puntos y ángulos se le orienta a los estudiantes que representen una circunferencia que contenga un ángulo central y otro inscrito en la misma cuerda. Que moviendo uno de los puntos ubicados en la cuerda describa lo que observa. En la Figura 2 se presenta un resultado esperado.

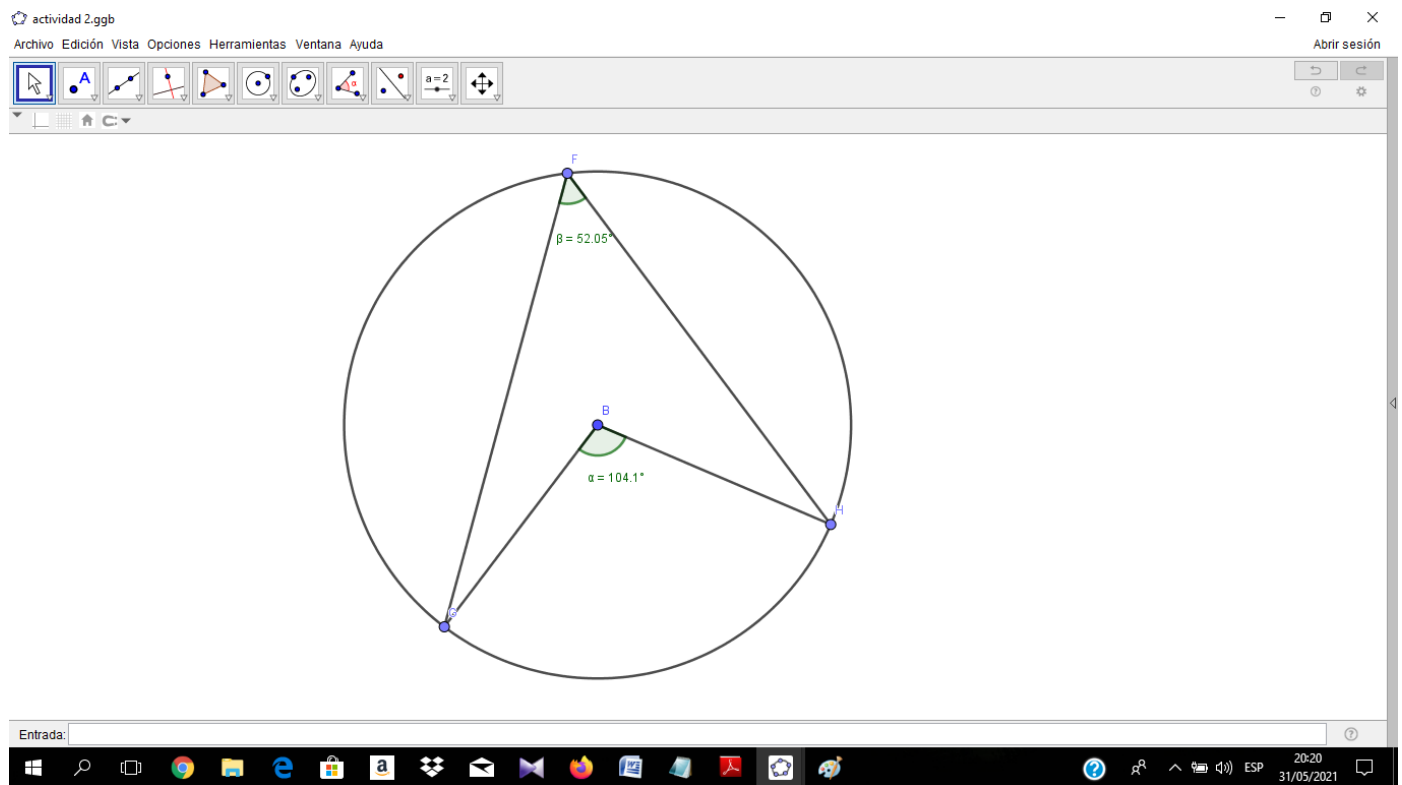


Figura 2. Ángulos en la circunferencia

Construcción: Para esta fase el estudiante ha mostrado un alto grado de independencia. Es capaz de realizar construcciones valiéndose de una guía para ello, además muestra señales de creatividad e ingenio propio. Realiza



construcciones adicionales para la resolución de problemas. El profesor orienta problemas con mayor grado de complejidad, de tal forma que constituya un desafío para el alumno. El estudiante no dispondrá de guías para la resolución de dicho problema y si lo hace será con guías generales, no específica, con las cuales no pueda deducir la solución del problema. Estas actividades se realizarán principalmente fuera del aula de clases, en un espacio destinado para ello y pueden ser motivos de competencia y concurso.

Ejemplo de actividad de construcción: Demuestre la relación que se establece entre la altura de un triángulo equilátero y el radio de la circunferencia circunscrita.

Para el diseño de cada una de las actividades con GeoGebra primeramente se analizará cada uno de los contenidos de los 3 grados correspondientes a Secundaria Básica, dígame 7mo, 8vo y 9no. Se deben identificar las potencialidades de GeoGebra para el aprendizaje de cada uno de los contenidos, pasando por la planificación de las actividades para cada una de las fases. El objetivo es contribuir al desarrollo gradual de las habilidades del estudiante en el uso de GeoGebra al mismo tiempo que establece relaciones con sus conocimientos matemáticos.

Conclusiones

La posibilidad de combinar la geometría, el álgebra y el cálculo en un solo paquete, que opera prácticamente en cualquier sistema operativo, tanto en computadoras como en teléfonos móviles de última generación, así como la gran comunidad de profesores alrededor de todo el mundo que elaboran y comparten recursos educativos con GeoGebra en un sitio internacional implementado, sin fines de lucro y con la oportunidad de modificarlos y compartirlo sin costo alguno, hace de este software una herramienta de alto valor potencial para la enseñanza de las matemáticas.

Hasta el momento todas las investigaciones estudiadas muestran que sólo se centran en ejemplos concretos y en la práctica con el software en el transcurso de unas pocas actividades, sin reconocer la dificultad que propicia el estudio de la Matemática para la mayoría de los estudiantes. Esto tiende a complicarse con la exigencia al estudiante de dominio en las funcionalidades de GeoGebra en unas pocas horas de estudio. Además, en algunas investigaciones se espera que los estudiantes construyan objetos matemáticos con GeoGebra sin una preparación previa, lo que induce a una actividad no planificada que atenta contra el tiempo limitado de la clase y los objetivos propuestos. Es por ello



que la Guía para el uso de GeoGebra en Secundaria Básica constituye un aspecto novedoso en este campo y apenas la base para el desarrollo de futuros trabajos planificados por el Proyecto de Extensión Universitaria del Departamento de Matemática de la Facultad 4 de la Universidad de las Ciencias Informáticas; que tiene como propósito contribuir a una formación de excelencia en las nuevas generaciones.

Referencias

Alcívar, E., Zambrano, K., Párraga, L., Mendoza, K. y Zambrano, Y. (2019). *SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA. PROPUESTA.* Obtenido de <https://www.uctunexpo.autanabooks.com/index.php/uct/article/view/247>

Arce, M., Conejo, L., Pecharromán, C. y Ortega, T. (2015). *Propuesta metodológica para el aprendizaje de conceptos y relaciones geométricas: GeoGebra, debates en el aula y escritura reflexiva.* Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/299459296_Propuesta_metodologica_para_el_aprendizaje_de_conceptos_y_relaciones_geometricas_GeoGebra_debates_en_el_aula_y_escritura_reflexiva

Arteaga Valdés, E., Medina Mendieta, J. F. y del Sol Martínez, J. L. (2019). *EL GEOGEBRA: UNA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA PARA APRENDER MATEMÁTICA EN LA SECUNDARIA BÁSICA HACIENDO MATEMÁTICA.* Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102

García López, M. d. (2011). *EVOLUCIÓN DE ACTITUDES Y COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA AL INTRODUCIR GEOGEBRA EN EL AULA*(Tesis doctoral). Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/1768/2/Garcia2011Evolucion.pdf>

Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y. y Lavicza, Z. (2008). *Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics.* Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Markus-Hohenwarter/publication/228951222_Teaching_and_learning_calculus_with_free_dynamic_mathematics_software_GeoGebra/links/57cedff108ae582e06938525/Teaching-and-learning-calculus-with-free-dynamic-mathematics-softwa