Universidad de las Ciencias Informáticas

Facultad 5

Título: Análisis de Incertidumbre en funciones de transferencias

de Redes Neuronales Artificiales.

Trabajo de Diploma para optar por el título de

Ingeniero en Ciencias Informáticas

Autor: Ana Maria Martínez Soler

Tutor: Roberto Millet Luaces

La Habana

Julio 2008

Para investigar la verdad es preciso dudar, en cuanto sea posible, de todas las cosas.

René Descartes

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Declaro que soy el único autor de la presente tesis y reconozco a la Universidad de las Ciencias Informáticas los derechos patrimoniales de la misma con carácter exclusivo.

Para que así conste firmo la presente a los ____ días del mes de ________ del año ________.

______________	______________
Firma del Autor	Firma del Tutor
(Ana Maria Martínez Soler)	(Roberto Millet Luaces)

DEDICATORIA

A mi mamá, mi inspiración,
sea este, un pequeñísimo trocito de toda la felicidad que se merece.

A Batabanó,
en compensación a su confianza.

AGRADECIMIENTOS

Mi primer pensamiento, sin dudarlo, para mi tutor Millet, por no perder nunca la paciencia y la dedicación.

Mi eterno agradecimiento a mis amigas, por estar siempre, por ayudarme a superar los momentos en que pensé que no podía.

A mi mamá, por darme fuerzas y todo su cariño aún estando lejos.

A mi hermano Miguel, por no dejar que me sintiera sola.

A Osmel, por aguantarme en los tiempos de crisis, y darme ánimos.

A mis dos primos preferidos, Laura y Frank.

A mi tía, por su apoyo y por que si no la menciono me mata.

A mi familia toda, por hacerme saber que estaban cerca.

A todos aquellos que me hicieron ser diferente, **Gracias**.

RESUMEN

La incertidumbre es una parámetro útil en todos lo campos pues permite conocer el grado de confiabilidad de los procesos, asegurando que el resultado esperado sea lo más próximo a la realidad.

Cuando este resultado es de gran importancia y se desea tomar decisiones para lograr los objetivos personales o empresariales el análisis de la incertidumbre es especialmente valioso.

Con la gran revolución de tecnología que ha tenido lugar en los últimos años, las ciencias no se han quedado rezagadas en su desarrollo. La inteligencia artificial como ciencia que estudia y simula la inteligencia humana ha dado grandes pasos en sus investigaciones y hoy en día una de las áreas que desarrolla ha causado gran impacto en variados campos. Las RNA han resultado de suma utilidad, ya que son capaces de aprender con la ayuda del experto y por sí mismas pueden generalizar la información contenida en los datos de entrada mostrando relaciones que a priori resultan complejas.

En estas redes, el tratamiento de la incertidumbre tiene una particular importancia teniendo en cuenta que estos sistemas inteligentes deben mostrar resultados con un grado de exactitud muy elevado.

Las intenciones de la investigación están basadas en analizar la presencia de este parámetro en las funciones de transferencias de las Redes Neuronales Artificiales y hacer una medición del mismo con el objetivo de que sea aprovechado por el proyecto Desarrollo de Elementos Virtuales e Inteligentes que se desarrolla en la facultad 5 de la UCI. Esto validará en gran medida dichas funciones.

De forma general se crea una base teórica definiendo conceptos como: Inteligencia Artificial, Redes Neuronales Artificiales, Teoría de la Incertidumbre, así como la descripción de las herramientas y técnicas utilizadas en la obtención del parámetro y en el desarrollo del trabajo en general.

PALABRAS CLAVE

Redes Neuronales Artificiales, Funciones de Transferencia, Teoría de la Incertidumbre.

TABLA DE CONTENIDOS

TABLA DE ILUSTRACIONES

INTRODUCCIÓN

Imitar la inteligencia humana, lograr que un sistema tenga comportamiento inteligente ha sido uno de los principales objetivos de los científicos a lo largo de la historia. Es la Inteligencia Artificial (IA), como ciencia, la encargada de la creación de estos sistemas, que tienen como objetivo principal proveer soluciones a problemas de la vida humana.

La IA incluye características humanas tales como el aprendizaje, la adaptación, el razonamiento, la autocorrección, el mejoramiento implícito, y la percepción modular del mundo.

Según Delgado [1998], Stuart [1996], existen tres paradigmas en cuanto al desarrollo de la IA, las Redes Neuronales Artificiales, los Algoritmos genéticos y los Sistemas de lógica difusa.

Las Redes Neuronales Artificiales son sistemas que imitan el comportamiento de las redes neuronales biológicas. A partir de la experiencia son capaces de aprender y dar una respuesta que se podría clasificar como inteligente. Estos sistemas son capaces de sustituir al hombre en diversas tareas, lo que ha posibilitado que este tipo de tecnología se aplique, en la actualidad, en múltiples áreas como las finanzas, la alimentación, energía, industria manufacturera, medicina y salud, transporte y comunicación.

Como elemento principal del funcionamiento de estas redes se encuentran las funciones de transferencia que no son más que el modelo matemático que entrega la respuesta del sistema a una señal de entrada o excitación exterior; es decir, son las encargadas de la transmisión de información a través de toda la red; de aquí la necesidad de hacer una validación de estas funciones con el objetivo de ofrecer un producto de calidad.

Los sistemas que utilizan RNA necesitan disponer de mecanismos de inferencia que permitan extraer conclusiones que estén menos estrechamente basados en la información conocida, es decir sugeridas pero no aseguradas (garantizadas) por sus premisas[1].

[1] *Solución de Problemas Bajo Incertidumbre, Dr.Rafael Bello 1998*

A los mecanismos de inferencia que trabajan bajo las circunstancias anteriores se les denomina: Razonamiento bajo incertidumbre, Razonamiento aproximado, Razonamiento inexacto.

Actualmente, los productos que son lanzados al mercado mundial deben contar con un alto nivel de confiabilidad, para tener una mejor aceptación. Es justo cuando surge esta problemática que acudimos a la medición de la incertidumbre, por ser esta uno de los métodos más eficientes para la validación del producto final de un proceso, que se necesita, sea confiable.

Al realizar el proceso de medición, el valor obtenido y asignado a la medida diferirá probablemente del "valor verdadero" debido a causas diversas. El llamado "valor verdadero" es en realidad un concepto puramente teórico y absolutamente inalcanzable. Dicho de otra manera el resultado de cualquier medida es siempre incierto y a lo más que se puede aspirar es a estimar su grado de incertidumbre.

A la revolución Informática que tiene lugar en la actualidad, se han sumado la mayoría de los países. Cuba se encuentra, pese a su condición de país subdesarrollado, dando pasos agigantados en esta esfera.

Hace algunos años, en nuestro país se creó una universidad de ciencias informáticas (UCI) que tiene como objetivo principal formar profesionales que contribuyan al desarrollo informático del país. La universidad se divide en 10 facultades productivas que desarrollan proyectos enfocados en la modelación y simulación de procesos. La facultad 5, como una de sus tareas productivas, realiza estudios orientados en la IA. El proyecto investigativo Desarrollo de Elementos Virtuales e Inteligentes dirige sus investigaciones, entre otras áreas, a las Redes Neuronales Artificiales (RNA). Estas RNAs en estudio no cuentan con una validación por lo que la confiabilidad de estos modelos es baja.

Es, por tanto, objetivo de este trabajo hacer un estudio de los modelos de RNA, muy en específico sobre las funciones de transferencia que utiliza, para obtener propuestas relacionadas con el tratamiento matemático de los modelos obtenidos, y validarlas mediante el análisis de la incertidumbre, lo que permitirá mayor confiabilidad en los especialistas.

Como resultado de este trabajo se pretende demostrar que en las funciones de transferencia que modelan las redes neuronales está presente la incertidumbre y hacer un análisis matemático sobre estas.

Para dar solución a la situación problemática existente es necesario dar respuesta a la presente interrogante del **Problema Científico:** ¿Cómo lograr mayor confiabilidad en los modelos de las redes neuronales artificiales aplicando la teoría de la incertidumbre?

Como **Objeto de Estudio** de este trabajo se plantean los procesos de validación de las funciones de transferencias y como **Campo de Acción los p**rocesos de validación de las funciones de transferencias en modelos de Redes Neuronales Artificiales.

De acuerdo con el problema científico planteado, la **Idea a Defender** definida es la siguiente:

La aplicación de la teoría de la incertidumbre permitirá obtener modelos de redes neuronales artificiales con mayor grado de confiabilidad.

El **Objetivo General** que se desea alcanzar para darle cumplimiento a este trabajo es:

Validar mediante la aplicación de la teoría de la incertidumbre las funciones de transferencia en modelos de redes neuronales artificiales.

Definiéndose las siguientes **Tareas Investigativas** para lograr un mayor nivel de detalles en la investigación:

1. Estudiar las funciones de transferencia.
2. Estudiar y analizar modelos de redes neuronales biológicas y artificiales.
3. Estudiar las funciones de transferencias que modelan a las redes neuronales artificiales.
4. Realizar una búsqueda bibliográfica relacionada con la teoría de la incertidumbre.
5. Estudiar elementos de Estadística Descriptiva. Estadígrafos de posición o estadígrafos de tendencia central.
6. Estudiar Asistente Estadístico Statgraphics.
7. Estudiar Asistente Matlab.

8. Medir la incertidumbre presente en funciones de transferencia de Redes Neuronales Artificiales.
9. Interpretar los resultados obtenidos.

Para el desarrollo de las tareas científicas se combinan diferentes **Métodos y Técnicas en la búsqueda y procesamiento de la información**, los fundamentales son:

Analítico-sintético e inductivo-deductivo: Para el estudio de las concepciones y conceptos empleados en el campo.

Análisis histórico-lógico: Para conocer, con mayor profundidad, los antecedentes y las tendencias actuales referidas a las funciones de transferencia de modelos de Redes Neuronales Artificiales, así como la teoría de la incertidumbre y su aplicación en las diferentes áreas.

El presente trabajo está formado por 3 capítulos.

En el **primer capítulo** se muestran conceptos y clasificaciones generales relacionadas con el ambiente donde se desarrolla el problema. Se exponen conceptos básicos para comprender el proceso de medición de la incertidumbre, así como conceptos relacionados con Redes Neuronales Artificiales. Finalmente se hace un estudio de las herramientas a utilizar.

En el **segundo capítulo** se profundiza en las funciones de transferencia, objeto de análisis en este trabajo, demostrando la incertidumbre presenta en ellas; y se da a conocer la metodología existente para la medición de la incertidumbre.

En el **tercer capítulo** se muestra y se lleva a cabo el procedimiento para la evaluación y expresión de la incertidumbre, siendo este la propuesta de solución del trabajo.

Para concluir con el trabajo, se exponen las conclusiones, recomendaciones y bibliografía utilizada, aportando de esta forma una mayor visión del trabajo realizado.

CAPÍTULO 1: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 Introducción

En el presente capítulo se hace un estudio general de las funciones de transferencia. Se profundiza en el funcionamiento de una Red Neuronal Artificial y se exponen los conceptos básicos relacionados con la Teoría de la Incertidumbre, con el objetivo de lograr una familiarización con los términos matemáticos que se aplicarán para la optimización del rendimiento de las funciones de transferencia en RNA. Se hace referencia, brevemente, a las herramientas utilizadas para el desarrollo del trabajo.

1.2 Función de transferencia

Una función de transferencia es un modelo matemático que entrega la respuesta de un sistema a una señal de entrada o excitación exterior.

Se define además como un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica de un sistema con precisión.

Por definición una función de transferencia se puede determinar según la expresión:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

donde G (s) es la función de transferencia; Y (s) es la **Transformada de Laplace** de la respuesta y X (s) es la **Transformada de Laplace** de la señal de entrada.

La función de transferencia también puede considerarse como la respuesta de un sistema inicialmente inerte a un impulso como señal de entrada:

$$H(s) = L\{h(t)\} = \int_{0}^{-\infty} e^{-st}\, h(t)dt$$

La salida o respuesta en frecuencia del sistema se halla entonces de

$$Y(s) = G(s)X(s)$$

y la respuesta como función del tiempo se halla con la transformada de Laplace inversa de Y(s):

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)]$$

Definiciones:

(i) La función de transferencia es única para cada sistema, y no depende de la excitación (entrada) ni de las condiciones iniciales (las impone igual a cero).

(ii) Permite prever la salida real del sistema ante cualquier entrada si las condiciones iniciales son nulas (en caso de no serlo, también se pueden sumar al final, gracias a la propiedad de superposición).

(iii) Multitud de sistemas aparentemente muy distintos, pueden poseer la misma función de transferencia (sistemas análogos).

(iv) La f. de t. se halla sustituyendo en la ecuación diferencial cada derivada por el operador multiplicativo **s**.

1.2.1 Diagramas de Bloque de una función de transferencia

Los diagramas de bloques (bloques funcionales) son la técnica de representación más utilizada para expresar sistemas, debido a la facilidad que proporcionan para seguir el flujo de las señales. Como su nombre indica, constan de uno o más bloques ("cajas") operacionales y unidireccionales que representan la función de transferencia entre las variables de interés.

Los bloques, que pueden estar acompañados de elementos aditivos, relacionan una a una las variables, pero pueden replicarse para representar sistemas multivariables.

La naturaleza de los bloques, por proceder de la Transformación de Laplace, es multiplicativa, y junto con los sumadores y puntos de separación pueden definir un álgebra.

Estos diagramas y sus relaciones están definidas y tienen reglas básicas que mejoran el análisis mediante su comprensión.

Sea:

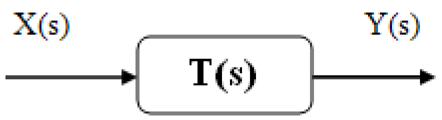
X(s) una función de variables de entrada.

Y(s) una función de variables de salida y relacionada con una.

T(s) Función de transferencia.

Y(s)=T(s) X(s)

El bloque que representa esta relación matemática es:



El análisis se refiere a la descomposición de un todo en sus distintos elementos constituyentes, con el fin de estudiar estos de manera separada, para luego, en un proceso de síntesis, llegar a un cabal conocimiento integral.

1.3 Transformada de Laplace

La Transformada de Laplace de una función f (t) definida para todos los números reales t ≥ 0 es la función F(s), definida por:

$$H(s) = L\{h(t)\} = \int_{0}^{-\infty} e^{-st}\, h(t)dt$$

siempre y cuando la integral esté definida.

Esta transformada integral tiene una serie de propiedades que la hacen útil en el análisis de sistemas lineales. Una de las ventajas más significativas radica en que la integración y derivación se convierten en multiplicación y división. Esto transforma las ecuaciones diferenciales e integrales en ecuaciones polinómicas mucho más fáciles de resolver.

1.4 Transformada de Fourier

La **transformada de Fourier** es una aplicación que hace corresponder a una función f con valores reales o complejos y definidos en la recta, otra función g definida de la manera siguiente:

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-isx}\, dx$$

Donde f es L^1, o sea f tiene que ser una función integrable en el sentido de la integral de Lebesgue[2]. El factor, que acompaña la integral en definición, facilita el enunciado de algunos de los teoremas referentes a la transformada de Fourier.

[2] La **Integral de Lebesgue** es una construcción matemática que extiende el concepto de integración a una clase mucho más amplia de funciones, así como extiende los posibles dominios en las cuales estas integrales pueden ser definidas. Su nombre es en honor a su creador, Henri Lebesgue (1875-1941).

La transformada de Fourier goza de una serie de propiedades de continuidad que garantizan que pueda extenderse a espacios de funciones mayores e incluso a espacios de funciones generalizadas.

1.5 Modelación

Modelo: Es el diseño de un software antes de su codificación, es la visualización de lo que se quiere construir.

De la misma forma, para esta definición se cuenta con diferentes referencias, entre las que destacan:

- Representación física, matemática o de cualquier otro tipo lógico, de un sistema, entidad, fenómeno o proceso[3].
- Representación de un sistema real que es equivalente a este sistema en todos sus aspectos relevantes[4].
- Representación simplificada de un sistema desde un punto de vista particular en el tiempo y el espacio para proporcionar el entendimiento del sistema real[5].
- Representación de la construcción y el funcionamiento de cierto sistema de interés[6].
- Descripción lógica de cómo un sistema, proceso o componente funciona[7].

1.5.1 Clasificación de Modelos

[3] DoD Glossary of M&S Terms. (DoD 5000.59-M). December 1997

[4] Cunningham, Conrad H. “Lecture Notes of CSci405: Computer Simulation”. Department of Computer and Information Science, University of Mississippi, 2000.

[5] *Bellinger, Gene. “Modeling & Simulation”. Outsights Corp., 1997.*

[6] *Maria, Anu. “Introduction to Modeling and Simulation”. State University of NewYork at Binghamton. Proceeding of the 1997 Winter Simulation Conference.*

[7] *Diamond, Bob. “Concepts of Modeling and Simulation”, Imagine That Inc., 1997.*

Los modelos pueden ser:

Físicos: cuando manifiestan a escala las propiedades físicas del sistema real.

Gráficos: cuando constituyen diagramas gráficos que describen la estructura a alto nivel o el funcionamiento del sistema.

Matemáticos: cuando son un conjunto de expresiones matemáticas o lógicas que expresan las relaciones entre las entidades del sistema.

En un modelo matemático, la representación del prototipo es simbólica, en términos matemáticos, incluyendo variables, parámetros y relaciones como ecuaciones o desigualdades.

Los usos comunes de modelación incluyen observación y explicación, planificación, diseño de ingeniería, optimización y diseño, análisis, control operacional e investigación científica.

Los modelos se usan para estudiar, planificar, diseñar o controlar

Clasificación de modelos matemáticos determinísticos

Dentro de los modelos matemáticos determinísticos se consideran los siguientes tipos:

a) Modelos de fenómenos de transporte. Estos modelos provienen de principios físico-químicos y constituyen la mayoría de los modelos utilizados por los ingenieros.

b) Modelos de balance poblacional. Estos modelos usan un tipo especial de balance para el número de entidades contables, denominado balance de población, y son particularmente apropiados para describir sistemas particulados.

c) Modelos empíricos. Son modelos que utilizan ajuste empírico de datos.

La modelación nos permite entender mejor las situaciones que enfrentamos; este mayor conocimiento nos da más poder para influir en los resultados. En la mayor parte de los casos, la modelación reduce costos, riesgos, y tiempo de ejecución de tareas.

Se pueden modelar sistemas tangibles, como las líneas de producción o intangibles como las decisiones y la incertidumbre.

1.6 Inteligencia Artificial

Es la rama de la ingeniería que asume la investigación de la mente humana y las potencialidades de las computadoras con el fin de que éstas logren un comportamiento inteligente. Como ciencia defiende la idea de una computadora capaz de percibir y razonar situaciones y actuar ante ellas como lo haría un ser humano.

1.7 Neurona Biológica. Red Neuronal Biológica.

Una neurona es una célula viva, que se diferencia del resto de las células vivas ya que cuenta con la capacidad de comunicarse. La neurona es la unidad elemental del sistema nervioso y está compuesta por:

- **Las Dendritas:** Son las conexiones de entrada de la neurona. Una prolongación del cuerpo de la célula nerviosa, que conduce el impulso nervioso hacia el cuerpo de la neurona.

- **El Axón:** Es la salida de la neurona y se utiliza para enviar impulsos o señales a otras células nerviosas. Cuando el axón está cerca de sus células destino, se divide en muchas ramificaciones que forman sinapsis con el soma o axones de otras células. Esta unión puede ser **inhibidora** o **excitadora** según el transmisor que las libere.

- **La Sinapsis o saltos sinápticos:** Es la unión de dos neuronas. Un pequeño espacio que separa dos neuronas, y donde los impulsos nerviosos se transmiten del axón de la primera neurona a la dendrita de la segunda.

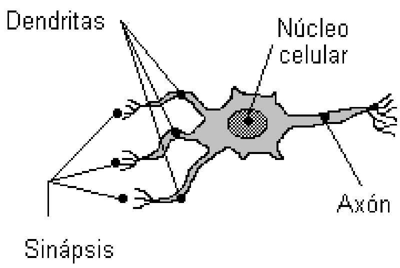


Ilustración 1 Estructura Básica de una Neurona Biológica

En términos generales, las dendritas y el cuerpo celular reciben señales de entrada, el cuerpo celular las combina e integra y emite señales de salida en respuesta a estos estímulos. El axón transporta esas señales a los terminales axónicos, que se encargan de distribuir información a un nuevo conjunto de neuronas.

El sistema nervioso está compuesto por alrededor de cien mil millones de estas neuronas, organizadas mediante una red compleja, en la que cada una de ellas, individualmente, puede estar conectada a varios miles de neuronas distintas. Por lo general una neurona recibe información de miles de otras neuronas y, a su vez, envía información a miles de neuronas más. Se calcula que en el cerebro humano existen del orden de 10 a las 15 conexiones.

1.8 Neurona Artificial. Red Neuronal Artificial (RNA)

El modelo de una neurona artificial es una imitación de una neurona biológica. Una neurona artificial es un procesador muy simple capaz de realizar instrucciones muy primitivas, pero a gran velocidad, y que guarda la información aprendida en las conexiones con otras neuronas. Existen varias formas de nombrar una neurona artificial, es conocida como nodo, neuronodo, celda, unidad o elemento de procesamiento.

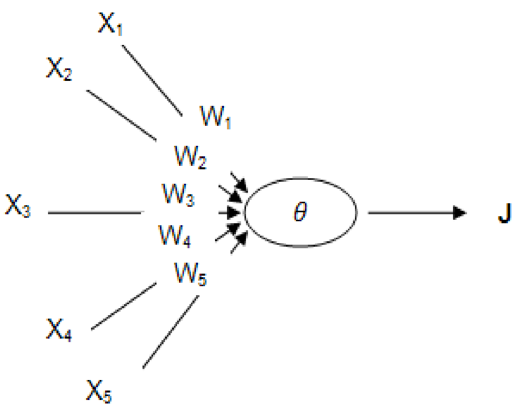


Ilustración 2 Neurona Artificial

Las RNA tienen como objetivo fundamental simular el comportamiento de las redes neuronales biológicas, a través de modelos matemáticos recreados mediante mecanismos, con el objetivo de obtener respuestas que asemejen en robustez y generalización a las que es capaz de dar el cerebro.

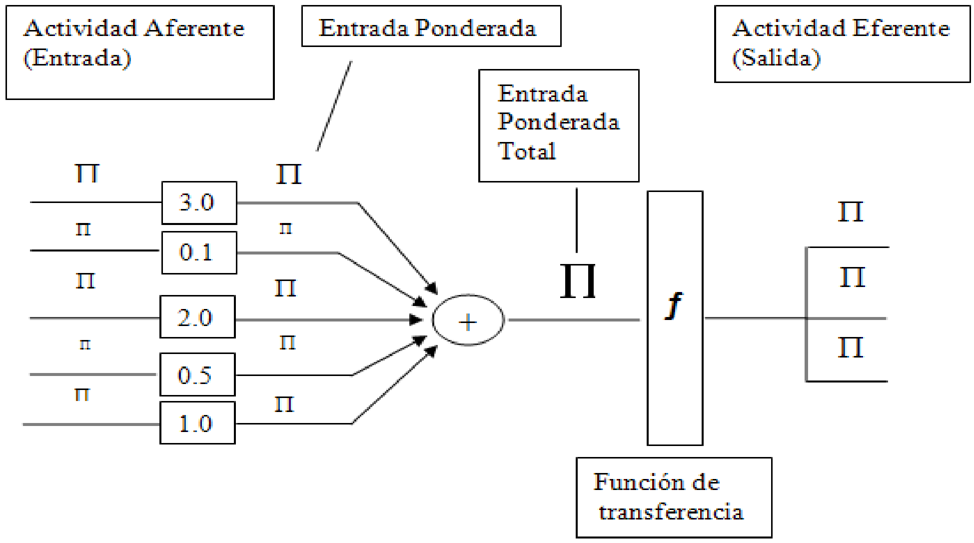


Ilustración 3 Proceso de una red neuronal

1.8.1 Función de Transferencia de una RNA

La función de transferencia se encarga de calcular el nivel de activación de la neurona en función de la entrada total, también denota la salida de la neurona. Se pueden identificar tres tipos básicos de función de transferencia:

Funciones de umbral: la salida es un valor discreto que supera o no un determinado umbral.

Funciones lineales: la respuesta producida por la aplicación simultánea de dos funciones de entradas diferentes, es la suma de las dos respuestas individuales. Se le puede aplicar el Principio de Superposición.

Funciones no lineales: la respuesta a dos entradas no puede calcularse tratando cada una a la vez y sumando los resultados. No se aplica el Principio de Superposición.

Básicamente, las funciones de transferencia realizan dos tareas importantes:

Limitan la salida de una neurona, y así los resultados no crecen a valores demasiado grandes y proporcionan características de no linealidad.

1.8.1.1 Principales funciones de transferencia en RNA

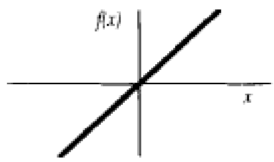
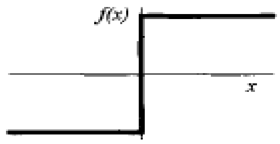
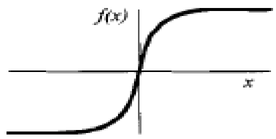
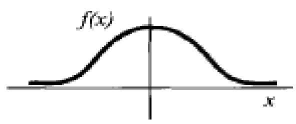
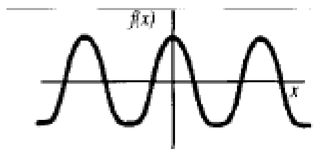
	Función	Rango	Gráfica
Identidad	$y = x$	$[-\infty, +\infty]$	
Escalón	$y = sing\ (x)$	$\{-1, +1\}$ $\{0, +1\}$	
Sigmoidea	$y = \dfrac{1}{1 + e^{-x}}$ $y = ygh(x)$	$[0, +1]$ $[-1, +1]$	
Gaussiana	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, +1]$	
Sinusoidal	$y = A\ sen(wx + \varphi)$	$[-1, +1]$	

Ilustración 4 Principales funciones de transferencia utilizadas en RNA

1.8.2 Estructura de una Red Neuronal Artificial

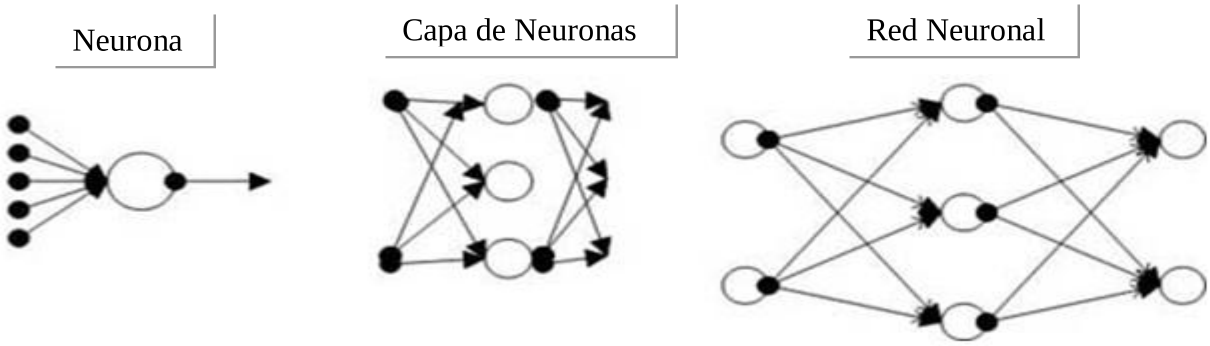


Ilustración 5 Jerarquía de las redes neuronales.

La distribución de neuronas dentro de una red se realiza formando niveles o capas de un número de neuronas determinado, donde se conoce como capa o nivel a un conjunto de neuronas cuyas entradas provienen de la misma fuente (que puede ser otra capa de neuronas) y cuyas salidas se dirigen al mismo destino (que puede ser otra capa de neuronas).

Se pueden distinguir tres tipos de capas:

<u>Capa de Entrada:</u> Es la capa que recibe directamente la información proveniente de las fuentes externas de la red.

<u>Capa Oculta:</u> Son internas a la red y no tiene contacto directo con el exterior. El número de niveles ocultos puede estar entre cero y un número elevado. Las neuronas de la capa oculta pueden estar interconectadas de diferentes maneras, lo que determina, junto con su número, las distintas tipologías de redes neuronales.

<u>Capa de Salida:</u> Transfieren información de la red hacia el exterior.

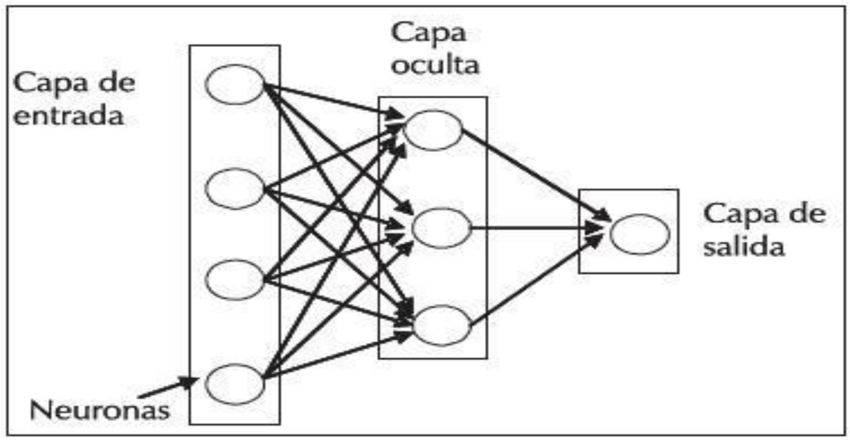
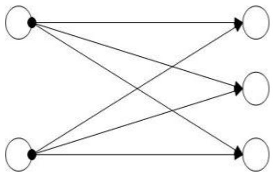


Ilustración 6 Modelo de RNA en cascada de 3 capas

Forma de Conexión de las Capas:

Unión Todos con Todos:

Consiste en unir cada neurona de una capa con todas las neuronas de la otra capa. Este tipo de conexionado es el más usado en las redes neuronales.

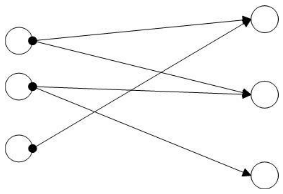


Unión Lineal:

Consiste en unir cada neurona con otra neurona de la otra capa. Este tipo de unión se usa menos que el anterior y suele usarse para unir la capa de entrada con la capa procesamiento, si la capa de entrada se usa como sensor.

Predeterminado:

Este tipo de conexionado aparece en redes que tienen la propiedad de agregar o eliminar neuronas de sus capas y de eliminar también conexiones.



Si establecemos un orden en las capas podemos establecer conexiones hacia delante, hacia atrás o conexiones laterales.

1.8.3 Clasificación de una Red Neuronal Artificial

Se pueden clasificar las Redes Neuronales Artificiales en función de sus características más notables entre las que se encuentra el número de capas, la direccionalidad de las conexiones de las neuronas, y su algoritmo de aprendizaje.

1. **Según el número de capas**

   Redes Monocapa: Son redes con una sola capa. Para unirse las neuronas crean conexiones laterales para conectar con otras neuronas de su capa. Entre las redes neuronales monocapa, existen algunas que permiten que las neuronas tengan conexiones a si mismas y se denominan autorecurrentes.

   Redes multicapas: Están formadas por varias capas de neuronas. Usualmente, las capas están ordenadas por el orden en que reciben la señal desde la entrada hasta la salida y están unidas en ese orden. Ese tipo de conexiones se denominan conexiones feedforward o hacia delante.

2. **Según la direccionalidad de las conexiones**

Redes con conexiones hacia adelante: Todas las señales fluyen unidireccionalmente, desde la capa de entrada hacia la salida sin existir ciclos, ni conexiones entre neuronas de la misma capa. También son llamadas acíclicas o redes no recurrentes o redes en cascada (feed-forward).

Redes con conexiones hacia atrás: Pueden existir conexiones de capas hacia atrás y por tanto la información puede regresar a capas anteriores en la dinámica de la red. Este Tipo de redes suelen ser bicapas. Presentan al menos un ciclo cerrado de activación neuronal. La información puede volver a lugares por los que ya había pasado, formando bucles, y se admiten las conexiones intracapa (laterales), incluso de una unidad consigo misma. También son llamadas **autorrecurrentes y realimentadas, feed-back**

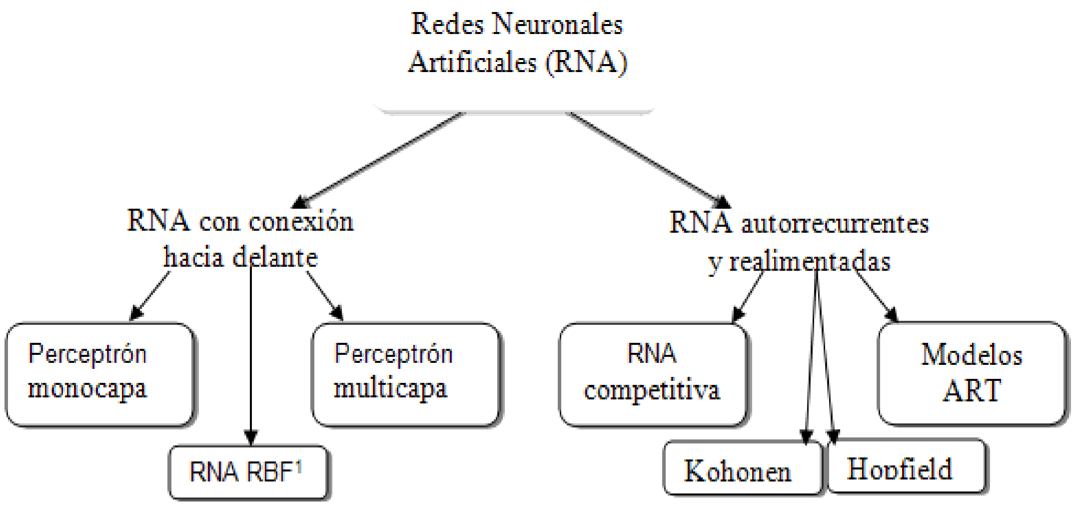


Figura 7-Clasificación de las Redes Neuronales de Acuerdo a su Conectividad.

3. Según su algoritmo de aprendizaje

El aprendizaje de las redes neuronales, es el proceso de presentar los patrones a aprender, a la red y el cambio de los pesos de las conexiones sinápticas usando una regla de aprendizaje.

La regla de aprendizaje consiste en algoritmos basados en formulas matemáticas, que usando técnicas como minimización del error o la optimización de alguna "función de energía", modifican el valor de los pesos sinápticos en función de las entradas disponibles y con ello optimizan la respuesta de la red a las salidas que deseamos.

Podemos distinguir cuatro tipos de aprendizaje:

Aprendizaje supervisado: la red dispone de los patrones de entrada y los patrones de salida que deseamos para esa entrada y en función de ellos se modifican los pesos de las sinapsis para ajustar la entrada a esa salida. Necesitan un conjunto de datos de entrada previamente clasificado o cuya respuesta objetivo se conoce.

Aprendizaje no supervisado: consiste en no presentar patrones objetivos, si no solo patrones de entrada, y dejar a la red clasificar dichos patrones en función de las características comunes de los patrones. No necesitan de tal conjunto previo.

Aprendizaje híbrido: Son un enfoque mixto de el aprendizaje supervisado y el no supervisado, los cuáles tiene lugar normalmente en distintas capas de neuronas. Se utiliza una función de mejora para facilitar la convergencia.

Aprendizaje reforzado (reinforcement learning): Se sitúa a medio camino entre el supervisado y el autoorganizado. Se emplea información sobre el error cometido, existe una única señal de error, que representa un índice global del rendimiento de la red. Como en el caso del no supervisado, no se suministra explícitamente la salida deseada.

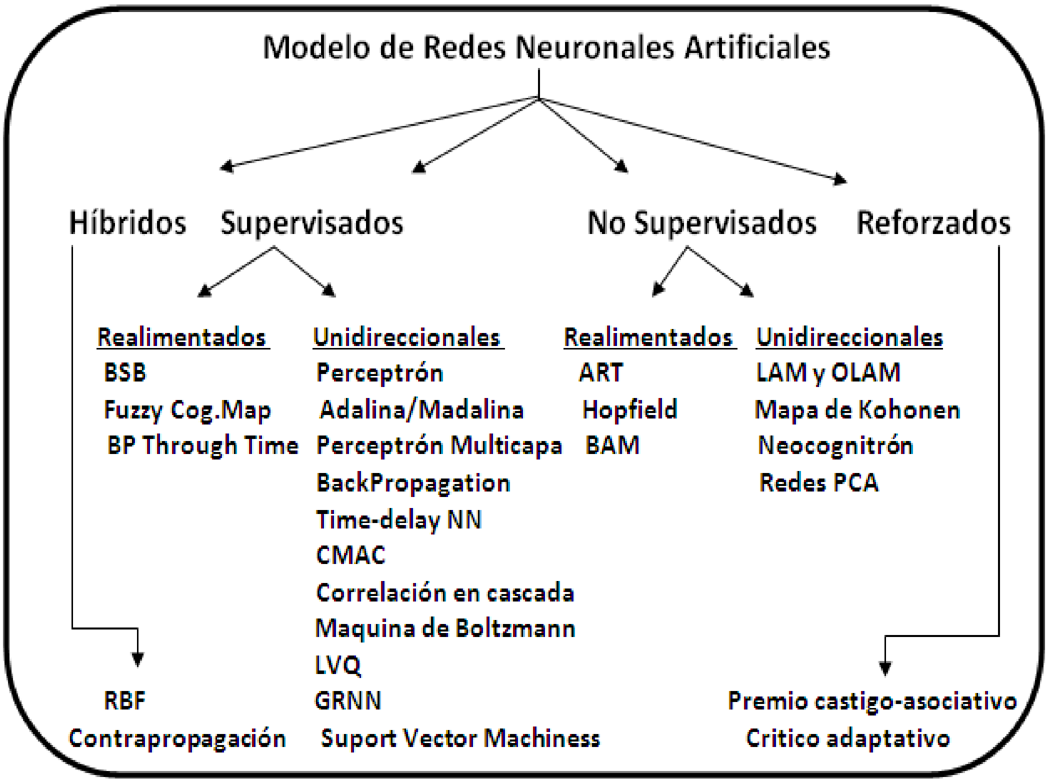


Ilustración 7 Clasificación de las RNA por el tipo de aprendizaje y la arquitectura.

1.8.4 Modelo de Redes Neuronales Artificiales

Existe una serie de modelos en redes neuronales artificiales que aparecen en la mayoría de estudios académicos y la bibliografía especializada.

- Perceptrón
- Adaline
- Perceptrón multicapa
- Memorias Asociativas
- Máquina de Bolzman
- Máquina de Cauchy
- Redes de Elman
- Redes de Holpfield

- Red de contrapropagacion
- Redes de neuronas base radial
- Redes de neuronas de aprendizaje competitivo
- Mapas Autoorganizados
- Crecimiento dinámico de células
- Gas Neuronal Creciente

1.9 Incertidumbre

Se entiende por incertidumbre una situación en la cuál no se conoce completamente la probabilidad de que ocurra un determinado evento.

Existe un ambiente de incertidumbre cuando falta el conocimiento seguro y claro respecto del desenlace o consecuencias futuras de alguna acción o situación, lo que puede derivar en riesgo cuando se aprecia la perspectiva de una contingencia con posibilidad de generar pérdidas o la proximidad de un daño. La incertidumbre supone cuantificar hechos mediante estimaciones para reducir riesgos futuros, y aunque su estimación sea difícil no justificará su falta de información.

Incertidumbre de Medición

Parámetro asociado con el resultado de una medición que caracteriza la dispersión de los valores que razonablemente pudieran ser atribuidos al mensurando[8]**.** Se refiere a la duda en la validez del resultado de una medición.

El concepto de incertidumbre, como un atributo cuantificable, es relativamente nuevo en la historia de las mediciones, aunque los términos error y análisis de error han sido bastamente usados como parte práctica de la ciencia de las mediciones o metrología.

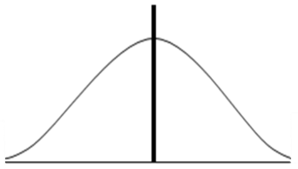
Cuando se han evaluado todas las componentes, conocidas y supuestas de un error, y se han aplicado las correcciones adecuadas, todavía queda como remanente una incertidumbre sobre la corrección del resultado establecido, esto es, la duda de cuán bien representa el resultado de la medición al valor de

---

[8] *UNAM-OAG-IIJ* ***MANUAL DE CALIDAD Y ORGANIZACION****(C)1998, 1999*

la magnitud que se está midiendo. Por tanto, la incertidumbre nos da una idea de la calidad y confianza del resultado, es decir, refleja lo que puede alejarse el resultado analítico del valor considerado verdadero.

Concepto desde un punto de vista estadístico: la incertidumbre está presente en el intervalo de confianza estadístico dentro del cual se tiene una alta probabilidad de que se encuentre el valor convencionalmente verdadero.



La incertidumbre puede ser representada como una variabilidad o como un intervalo. Por ejemplo:

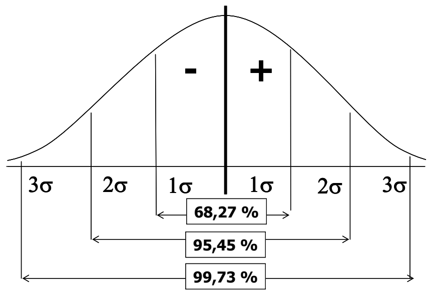
20,0 °C ± 2,0 °C

[18,0 a 22,0] °C

El concepto es válido siempre y cuando el proceso de medición esté normalizado. Esto significa que siempre se mide igual. Por lo tanto, los errores aleatorios se presentan de la misma forma. Lo que permite establecer un modelo matemático que describa su posible comportamiento.

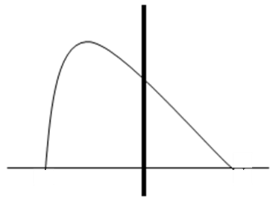
Consecuencias:

Generalmente, cuando un método está normalizado. La población de los posibles resultados de la medición de un mismo mensurando se comportan semejante a una distribución de frecuencias simétrica centrada. Por lo tanto, los modelos establecidos conforme la teoría de la propagación de las incertidumbres, teorema del límite central y teoría de distribuciones de probabilidad normal (Gaussiana) se pueden aplicar.



Se tiene dispersión por los errores.

Sin embargo, existe la posibilidad de que la población de los posibles resultados de un proceso de medición normalizado presente una distribución sesgada. En este caso, se tendrán que desarrollar modelos y/o metodologías especiales para continuar con el proceso de evaluación.



Error:

Los errores son objetivos en cambio la incertidumbre tiene un grado de subjetividad.

El análisis de las variables que están implicadas en un proceso de medición permite detectar un sin número de factores que intervienen directamente al efectuarla. Todos estos factores provocan un cierto grado de desviación D, en la estimación del valor del mensurando debido al desconocimiento o a la falta de control de la influencia de estos factores en el proceso de medición. En otras palabras, la desviación que existe entre el valor obtenido y el valor convencionalmente verdadero se llama error.

Los errores aleatorios son las perturbaciones que no afectan siempre en la misma forma en las mediciones. Son la suma de un gran número de pequeñas desviaciones, las cuales tienen igual probabilidad de ser positivas o negativas, que originan que se asignen diferentes valores como resultado de una misma medición que se repite.

σ Este efecto se conoce como dispersión.

Los errores sistemáticos son las perturbaciones que afectan con la misma magnitud y el mismo signo positivo o negativo a todas las mediciones que se realizan en las mismas condiciones.

D Este efecto se conoce como desviación.

Los errores de causa común son las perturbaciones que se aceptan en el proceso de medición y que son la combinación de errores aleatorios que suceden durante la medición más los errores aleatorios debidos a las correcciones aplicadas para eliminar los sistemáticos que existen cuando el proceso de medición ya está normalizado.

Los errores de causa especial son las perturbaciones que no se aceptan en el proceso de medición y que son la combinación de errores aleatorios y sistemáticos que existen cuando el proceso de medición se realiza fuera de las condiciones ya normalizadas. Este tipo de errores no deben existir en un proceso de medición.

Se dice que un proceso de medición está normalizado cuando:

- No existen errores sistemáticos que conscientemente se sabe que existen.
- No existen errores aleatorios de causas especiales.
- Solo existen errores aleatorios de causas comunes.

Esto significa que la medición siempre se hace de la misma forma.

Incertidumbre normal: es la incertidumbre del resultado de una medición expresada como una desviación normal.

u = σ

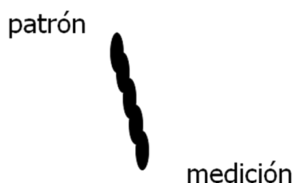
Este valor representa los errores aleatorios que pueden asociarse al resultado de la medición.

Incertidumbre: se debe a errores aleatorios de causas comunes presentes en el momento en que se realiza la medición, más todos aquellos que se heredan por otras causas. Tales como:

- Trazabilidad de los materiales de referencia,
- Errores instrumentales.
- Correcciones, etc.

$$u = \sqrt{\sigma^2 + \sum u_{y/x\,i}^{\;2}}$$

Hay i por la cadena de trazabilidad.



1.9.1 Incertidumbre y otros conceptos relacionados

No se puede analizar la incertidumbre desligada de otros conceptos.

1.9.1.1 Incertidumbre, exactitud y trazabilidad

La guía ISO 3534-1 [ISO 1993], define exactitud como “la proximidad en la concordancia entre un resultado y el valor de referencia aceptado“. Como se ha mencionado anteriormente, el término exactitud implica una combinación de componentes aleatorios y un error sistemático. Por tanto, la exactitud se expresa como suma de dos términos: la precisión y la veracidad. En la práctica, la veracidad de los resultados se comprueba utilizando referencias adecuadas: materiales de referencia certificados (CRM), métodos de referencia, etc. Es aquí donde se une el concepto de veracidad con el de trazabilidad [Riu, 2000] y, por tanto, el de exactitud con el de trazabilidad

Por un lado, la trazabilidad no puede establecerse si no se conoce la incertidumbre asociada a cada uno de los pasos de la cadena ininterrumpida de comparaciones [Riu, 2000]. Asimismo, tampoco tiene sentido calcular la incertidumbre si previamente no hemos verificado la trazabilidad del método analítico. Esto es debido a que, si no hemos verificado la trazabilidad del método, no podemos asegurar que se hayan corregido o tenido en cuenta todos los posibles errores sistemáticos del método y, por tanto, es imposible asegurar que el intervalo de valores *Resultado±Incertidumbre* contenga al valor considerado verdadero. Por tanto, podemos ver que incertidumbre y trazabilidad son conceptos muy relacionados entre sí.

1.9.1.2 Incertidumbre y Precisión

La norma ISO 3354 [ISO 1993] define la precisión como “el grado de concordancia entre ensayos independientes obtenidos bajo unas condiciones estipuladas”. Las dos medidas de precisión extremas son la reproducibilidad y la repetibilidad.

Se puede decir que la precisión intermedia y la incertidumbre estén relacionadas entre sí ya que la incertidumbre debe considerar todas las fuentes de variabilidad que afecten a los resultados. Por tanto, podemos afirmar que la precisión intermedia es un componente muy importante de la incertidumbre. Sin embargo, la incertidumbre siempre es mayor que la precisión intermedia ya que la incertidumbre también debe incluir como mínimo un término asociado a verificar que el método analítico no tiene un error sistemático, es decir, asociado a la verificación de la trazabilidad.

Además, también puede ser necesario incluir en la incertidumbre otros términos asociados, por ejemplo, a la heterogeneidad de la muestra o a tratamientos previos realizados sobre ésta.

Ya hemos mencionado la relación entre los conceptos de trazabilidad e incertidumbre. Es aquí, donde vemos la diferencia más importante entre precisión e incertidumbre: la trazabilidad está muy relacionada con la incertidumbre mientras que no lo está con la precisión. Es decir, la precisión de un método puede calcularse sin verificar la trazabilidad. Sin embargo, no tiene sentido calcular la incertidumbre si previamente no hemos verificado la trazabilidad del método.

1.9.1.3 Incertidumbre y tolerancia

La incertidumbre juega un papel muy importante en el momento de afirmar si un producto cumple o no con unas determinadas especificaciones. Para ello, debe comprobarse si el resultado analítico está dentro o no de una "tolerancia" o intervalo de valores definido en las especificaciones.

Medición: Conjunto de operaciones cuyo fin es hallar el valor de una magnitud.

Corrección: Valor añadido algebraicamente, ha resultado no corregido de una medición para compensar el error sistemático.

1.9.1.4 Incertidumbre y Error

Se define error como "la diferencia entre el resultado obtenido y el valor verdadero del mensurando"[9].

La incertidumbre y el error están relacionados entre sí ya que la incertidumbre debe considerar todas las posibles fuentes de error del proceso de medida. Existen importantes diferencias entre ambos conceptos.

En muchas ocasiones un resultado tiene un error despreciable ya que este resultado puede estar muy próximo al valor considerado verdadero, sin embargo la incertidumbre de este resultado puede ser muy elevada simplemente porque no se está seguro del resultado que ha obtenido debido al gran número de fuentes de error que puede tener el método analítico.

Al analizar varias veces una muestra con un método analítico el error que se comete no es siempre el mismo ya que los errores aleatorios hacen que el error cometido en cada uno de los análisis sea diferente. Sin embargo, la incertidumbre de todos los resultados obtenidos al analizar esa muestra es

[9] Vocabulario de Metrología Internacional (VIM) [BIPM, 1993]

siempre la misma ya que se utiliza el mismo método analítico. Por tanto, si la incertidumbre se ha calculado para un método analítico y un tipo de muestra determinado, todas las muestras de ese tipo que se analicen con ese método tendrán la misma incertidumbre pero no tienen por qué tener el mismo error asociado.

1.9.2 Componentes de Incertidumbre

La incertidumbre en el resultado de una medición consta de varias componentes que pueden ser agrupadas en dos categorías, dependiendo de la manera en que se estime su valor numérico.

A: aquellas que se evalúan por métodos estadísticos. Los componentes se caracterizan mediante las varianzas estimadas y el número de grados de libertad.

B: aquellas que se evalúan por otros medios. Los componentes se caracterizan mediante las cantidades, las cuales pueden ser consideradas como aproximaciones a las varianzas correspondientes, cuya existencia se supone.

1.9.3 Tipos de Incertidumbre

Incertidumbre Estándar: Incertidumbre del resultado de una medición expresada como una desviación estándar (raíz cuadrada positiva de la varianza $\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V(X)}}$).

Incertidumbre Estándar Combinada: incertidumbre estándar del resultado de una medición cuando el resultado se obtiene a partir de los valores de algunas otras magnitudes, igual a la raíz cuadrada de una suma de términos, siendo estos términos las varianzas y las covarianzas de estas otras magnitudes ponderadas de acuerdo a cómo el resultado de la medición varía con respecto a cambios de estas magnitudes.

Incertidumbre Expandida o Total: cantidad que define un intervalo alrededor de una medición del que se puede esperar que abarque una fracción- grande de la distribución de valores que razonablemente pudieran- ser atribuidos al mensurando.

1.9.4 Fuentes de Incertidumbre

Existen muchas fuentes de incertidumbre en una medición, éstas no son necesariamente independientes, alguna de las fuentes desde a hasta i puede contribuir a la fuente j.

a) Definición incompleta del mensurando

b) Realización incompleta del mensurando

c) Muestreos no representativos (la muestra medida, puede no representar el mesurando definido)

d) Conocimiento inadecuado de los efectos de las condiciones ambientales sobre las mediciones, o mediciones imperfectas de dichas condiciones ambientales.

e) Errores de apreciación del operador en la lectura de instrumentos analógicos.

f) Resolución finita del instrumento o umbral de discriminación finito.

g) Valores inexactos de patrones de medición y materiales de referencia.

h) Valores inexactos de constantes y otros parámetros obtenidos de fuentes externas y usadas en los algoritmos de reducción de datos.

i) Aproximaciones y suposiciones incorporadas en los métodos y procedimientos de medición.

j) Variaciones en observaciones repetidas del mensurando bajo condiciones aparentemente iguales.

1.9.5 Métodos para evaluar la incertidumbre

Esta clasificación es sólo para indicar posteriormente las dos diferentes maneras de evaluar componentes de incertidumbre. No significa que exista alguna diferencia en la naturaleza de los componentes que resultan de cada uno de los dos tipos de evaluación.

Ambos tipos de evaluación están basados en **distribuciones de probabilidad** y las componentes de incertidumbre resultantes de cualquier tipo son cuantificadas por varianzas y desviaciones estándar.

Evaluación (de incertidumbre) Tipo A: Método para evaluar la incertidumbre mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones.

Evaluación (de incertidumbre) Tipo B: Método para evaluar la incertidumbre por otro medio que no sea el análisis estadístico de una serie de observaciones.

1.8.6 Modelos de Razonamiento con Incertidumbre

• **Numéricos**

– Teoría Clásica de la Probabilidad (Naïve Bayes)
– Probabilidades subjetivas (MYCIN y PROSPECTOR)
– Modelo Evidencial (Dempster-Shafer)
– Redes Bayesianas
– Lógica difusa

• **No-numéricos** (cualitativas)

– Razonamiento por defecto (Reiter),
– Sistemas de Mantenimiento de Verdad (Truth Maintenance Systems)
– Teoría de las Justificaciones (Endorsements Theory)

La modelación de la incertidumbre permite:

❖ Entender mejor la naturaleza de los eventos inciertos.

❖ Tomar mejores decisiones.

❖ Enfrentar mejor el riesgo.

1.8.7 Importancia de la Incertidumbre

Hoy en día, los laboratorios deben demostrar que sus métodos analíticos proporcionan resultados fiables y adecuados para la finalidad o propósito perseguido [UNE-EN ISO/IEC 2000], ya que muchas de las decisiones que se toman están basadas en la información que estos resultados proporcionan. La fiabilidad de los resultados se demuestra verificando la trazabilidad del método analítico [Riu, 2000] y comprobándola periódicamente mediante la utilización de, por ejemplo, gráficos de control. Sin embargo, además de verificar la trazabilidad, es necesario suministrar un parámetro que proporcione una idea del grado de confianza de los resultados, es decir, que refleje lo que puede alejarse el resultado analítico del valor considerado verdadero. Por tanto, los analistas deben proporcionar resultados trazables y con una incertidumbre asociada.

La incertidumbre refleja la calidad de un resultado. Mientras menor sea la incertidumbre mayor calidad tendrá el proceso.

1.8.8 Aplicación

La necesidad de razonar con incertidumbre se da en casi todos los campos del conocimiento, ya que se hace imprescindible asegurar la confiabilidad de los procesos que llevan acabo; las áreas que más se destacan son Ciencias Naturales, Ingeniería, Derecho, Humanidades.

<u>Ejemplos de dominios con incertidumbre</u>

- Diagnóstico médico
- Predicción financiera
- Exploración minera / petrolera,
- Interpretación de imágenes (visión)
- Reconocimiento de voz
- Monitoreo / control de procesos industriales complejos

1.9 Confiabilidad

Se define confiabilidad como la capacidad de un producto de realizar su función de la manera prevista. Se puede definir también como la probabilidad en que un producto realizará su función prevista sin incidentes por un período de tiempo especificado y bajo condiciones indicadas.

Un sistema confiable es: Resistente, recuperable, controlado, interrumpible, preparado para la producción y predecible.

1.10 Statgraphics

Es el paquete estadístico y gráfico más sencillo de aprender y utilizar gracias a su diseño intuitivo que facilita la realización de los diversos análisis. Además dispone de facilidades como el StatAdvisor que aporta interpretaciones instantáneas de los resultados; el StatFolio que permite guardar y reutilizar los análisis; gráficos interactivos; StatGallery que permite combinar textos y gráficos múltiples en varias páginas y un diseño de 32-bit que permite manejar problemas de gran magnitud. Es de gran utilidad en la estadística descriptiva y la calidad.

1.11 Matlab

El Matlab es utilizado para la resolución de ecuaciones, el desarrollo de algunos programas que aumentan las habilidades, la construcción de figuras geométricas en R2 y R3, en la simulación de procesos mediante el uso de la biblioteca llamada SIMULINK que proporciona un entorno gráfico al usuario que facilita enormemente el análisis, diseño, y simulación de sistemas de control electrónicos, etc. Incluye una serie de rutinas que resuelven los cálculos matemáticos necesarios junto con una interfaz para su uso. Proporciona un entorno de usuario gráfico que permite dibujar los sistemas como diagramas de bloque como si se dibujara en un papel. El conjunto de componentes incluidos junto al programa SIMULINK incluyen bibliotecas de fuentes de señal, dispositivos para presentar los datos, sistemas lineales y no lineales, conectores y funciones matemáticas, además se pueden crear nuevos bloques que necesite el usuario.

CAPÍTULO 2: DESCRIPCION DE LA SOLUCION PROPUESTA

2.1 Introducción

Este capítulo tiene como objetivo hacer un análisis del proceso de obtención de una función de transferencia de un modelo dinámico a partir de Laplace, donde ya se comenzarán a utilizar las herramientas propuestas para la solución del trabajo. Se analizan dos de las funciones de transferencia de Redes Neuronales Artificiales, a partir de las cuales se hace un análisis de la incertidumbre. Por último se muestra la metodología para el cálculo de la incertidumbre.

2.2 Algoritmo para la obtención de funciones de transferencia

Si se conoce la función de transferencia de un sistema, se estudia la salida o respuestas para varias formas de entrada; en cambio si se desconoce, puede establecerse experimentalmente, introduciendo entradas conocidas y estudiando la salida del sistema.

Para obtener una función de transferencia es necesario seguir una serie de pasos.

Ejemplo demostrativo:

La figura 8 representa u sistema físico de una masa **M** unida a un muelle de constante **K**, y con un rozamiento viscoso **B**:

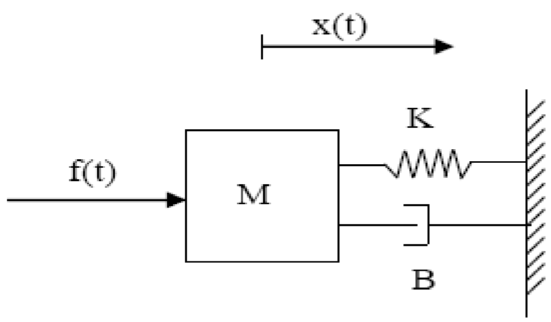


Ilustración 8 Sistema físico

1. **Definición del sistema físico**

   Se describe el sistema y sus componentes.

2. **Planteamiento de la ecuación diferencial**

   No es más que la expresión matemática de los datos del sistema a representar, a partir de la 2da Ley de Newton ($\sum F = ma$). Es la modelación del sistema. La ecuación diferencial que rige el comportamiento del sistema en análisis es:

$$f(t) = M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} + B \cdot \frac{dx(t)}{dt} + K \cdot x(t)$$

3. **Planteamiento de las condiciones iniciales**

   Dado que se trabajará con variables incrementales (valor inicial = 0) será necesario determinar el punto de equilibrio sobre el que se va a trabajar.

   En este caso se buscará el punto de equilibrio para una fuerza inicial:

   f(0) = 10

   En el punto de equilibrio las derivadas serán cero, por tanto:

   f(0) = M×0 + B×0 + K×x(0) x(0) = 10/K

4. **Resolución de la ecuación diferencial**

   La ecuación diferencial obtenida es no homogénea de 2do orden que se puede resolver utilizando el método de los coeficientes indeterminados o variación de parámetros.

5. **Transformación de la ecuación diferencial al domino de Laplace**

   Una vez las ecuaciones expresadas en términos incrementales, se obtiene su solución mediante la transformada de Laplace:

$$L(x(t)) = X(s)$$

$$L(\dot{x}(t)) = s \cdot X(s) \quad (\textit{propiedad de derivación en dominio } t)$$

En el caso de estudio quedaría de la siguiente manera:

$$F(s) = M \cdot s^2 \cdot X(s) + B \cdot s \cdot X(s) + K \cdot X(s)$$

6. Obtención de una función de transferencia

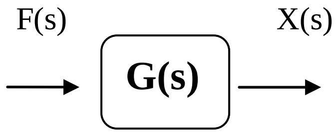
Una vez las ecuaciones en el dominio de Laplace, es posible obtener la función de transferencia **G(s)** o función que permite obtener la salida **X(s)** a partir de la entrada **F(s)**:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{M \cdot s^2 + B \cdot s + K}$$

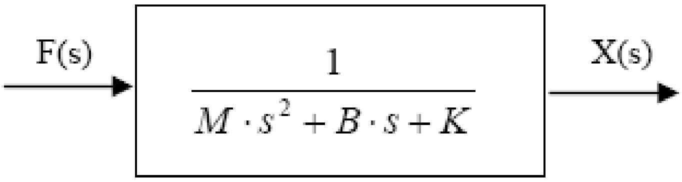
Una vez obtenida la función de transferencia se tendrá una descripción completa de las características dinámicas de sistema.

7. Diagrama de bloque:

Cada función de transferencia se representa en un diagrama de bloques como el operador que multiplicado por la entrada nos ofrece la salida:



$$\boldsymbol{X(s) = G(s) \cdot F(s)}$$



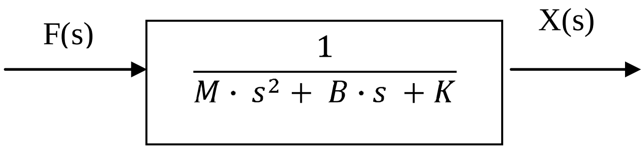
8. Simulación

Con la ayuda del Simulink del Matlab es posible introducir funciones de transferencia como cociente de dos polinomios. Cada polinomio se especifica por sus coeficientes en orden decreciente de potencias.

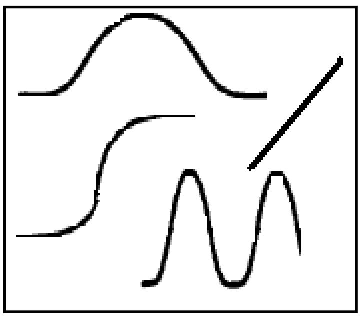
En este caso, si:

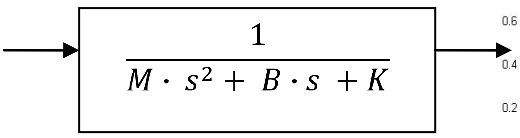
M = 1, B = 0.5, K =20

Se obtiene



Para simular, se conectará una señal de entrada cualquiera (escalón, sinusoidal, lineal, etc.) a la entrada del bloque y un osciloscopio a la salida como se muestra en la figura:





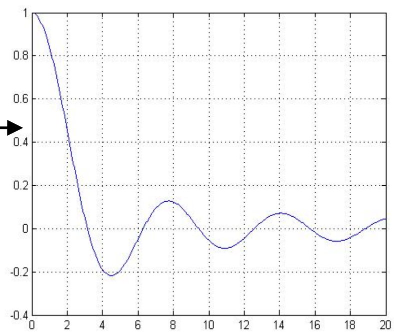
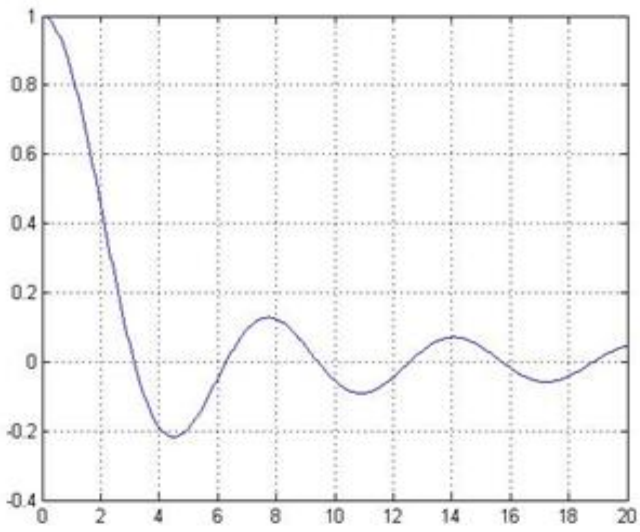


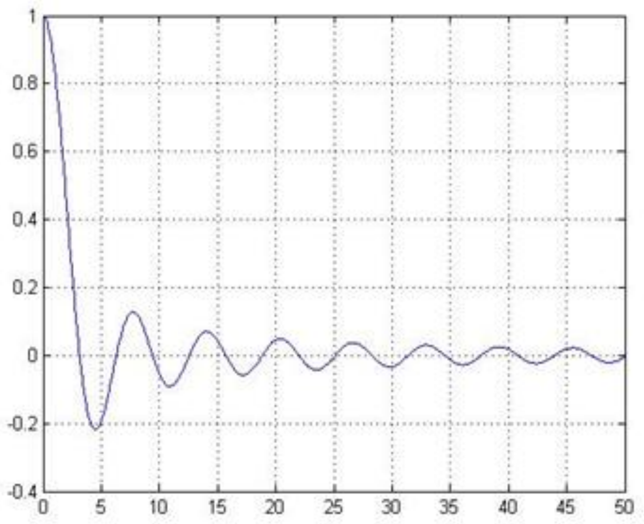
Ilustración 9 Señales de Entrada

(gaussiana, lineal, sinusoidal, simogdial)

Ilustración 10 Señal de Salida

La función de salida depende de los parámetros M, K y B, y de la señal de entrada. O sea que existe incertidumbre en la salida, ya que presenta cierta inconformidad en la confianza del gráfico sobretodo para variables independientes donde la función se aproxima a 0 y la señal sinusoidal se confunde con el eje de las abscisas.





Aún cuando se han evaluado todas las componentes, conocidas y supuestas de un error, y se han aplicado las correcciones adecuadas, todavía queda como remanente una incertidumbre sobre la corrección del resultado establecido. La duda de cuán bien representa el resultado de la medición al valor de la magnitud que se está midiendo siempre existe y es lo que llamamos incertidumbre.

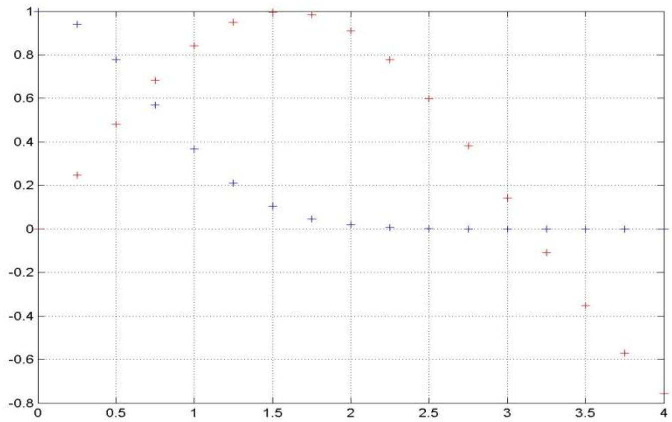


Ilustración 11 Incertidumbre, función gaussiana y sinusoidal

Por tanto en el proceso de obtención de funciones de transferencia, así como en la mayoría de los procesos en la vida real está presente la incertidumbre.

Las funciones de transferencia de redes neuronales artificiales se comportan de la misma manera que el modelo general analizado, por lo que en lo adelante se podrá hacer referencia a la incertidumbre presente en las RNA.

2.3 Funciones de Transferencias de RNA

Se hace especial énfasis en dos de las funciones que utilizan las RNA. La función Gaussiana y la Sinusoidal.

2.3.1 Función de Transferencia Gaussiana

La función gaussiana, no es más que la muy conocida función de distribución normal o también llamada “Campana de Gauss”.

2.3.1.1 Campana de Gauss

La Campana de Gauss o función **gaussiana** es una función que tiene la forma:

$$f(x) = ae^{\frac{-(x-b)^2}{c^2}}$$

donde a, b y c son constantes reales (a > 0).

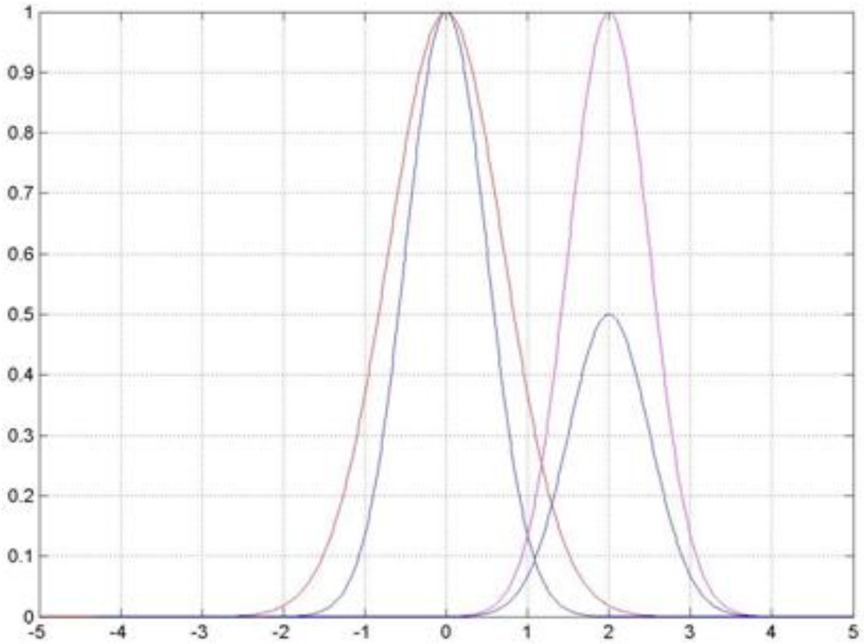


Ilustración 12 Curvas Gaussianas con diferentes parámetros

En matemáticas, la campana de Gauss es la representación gráfica de una distribución normal, donde un grupo aleatorio de datos se reparte entre valores bajos, medianos y altos, con mayor frecuencia de los valores intermedios.

Es la distribución de probabilidad que con más frecuencia aparece en estadística y teoría de probabilidades. Esto se debe a dos razones fundamentalmente:

* Su función de densidad es simétrica y con forma de campana, lo que favorece su aplicación como modelo a gran número de variables estadísticas.

* Es, además, límite de otras distribuciones y aparece relacionada con multitud de resultados ligados a la teoría de las probabilidades gracias a sus propiedades matemáticas.

Esta función es monótona creciente y se usa cuando se cree que la información del centro o cercana a la media es la más relevante, por lo que se concentra en detectar diferentes características en este rango de datos. Además entrega datos de salida dentro del rango (0,1).

La principal característica de esta curva es que es una buena representación de la distribución de variables aleatorias en poblaciones, por lo que resulta de suma utilidad para en cálculos estadísticos.

La importancia de la distribución normal se debe principalmente a que hay muchas variables asociadas a fenómenos naturales que siguen el modelo de la normal:

* Caracteres morfológicos de individuos

* Caracteres fisiológicos como el efecto de un fármaco

* Caracteres sociológicos como el consumo de cierto producto por un mismo grupo de individuos

* Caracteres psicológicos como el cociente intelectual

* Nivel de ruido en Telecomunicaciones

* Errores cometidos al medir ciertas magnitudes

* Valores estadísticos muestrales como la media

Representación

Cuando se realizan series de medidas experimentales, algunas de ellas son mayores que la media y otras menores. Si se representa en el eje horizontal las medidas obtenidas y en el vertical el número de veces que se obtiene cada valor, se obtiene lo que se llama un histograma de frecuencias.

Si se elimina el error sistemático, el conjunto de datos obtenido se distribuye de forma simétrica alrededor de la media, dando una curva en forma de campana.

Muchas variables se distribuyen de esta forma, variables tanto de tipo morfológico (p.e. la altura de las personas en una población) como fisiológicas, sociológicas, etc.

Constituye otra forma de expresar lo establecido en el Teorema central del límite: variables independientes que no siguen necesariamente una distribución normal sí lo hacen para tamaños suficientemente grandes de la muestra.

Características de la distribución normal de la probabilidad.

1. La curva tiene un solo pico, por consiguiente es unimodal. Presenta una forma de campana.

2. La media de una población distribuida normalmente se encuentra en el centro de su curva normal.

3. A causa de la simetría de la distribución normal de probabilidad, la mediana y la moda de la distribución también se hallan en el centro, por tanto en una curva normal, la media, la mediana y la moda poseen el mismo valor.

4. Las dos colas (extremos) de una distribución normal de probabilidad se extienden de manera indefinida y nunca tocan el eje horizontal

2.3.2 Función de transferencia Sinusoidal

Se trata de una señal análoga, puesto que sus valores oscilan en una rama de opciones prácticamente infinita, así pues, se puede ver en la imagen que la onda describe una curva continua. De hecho, esta onda es la gráfica de la función matemática seno, que posee los siguientes atributos característicos:

* En un triángulo rectángulo, el seno de un ángulo agudo a, que se designa por sen a, es igual a la longitud del cateto opuesto al ángulo dividida por la longitud de la hipotenusa.

* El seno de un ángulo cualquiera se asigna mediante la circunferencia goniométrica. Es la ordenada del punto en que el segundo lado del ángulo la corta:

* La función y = sen x describe la variación del seno de ángulos medidos en radianes. Es continua y periódica de periodo 2π (Recuérdese que en radianes, π representa 180°). Se denomina función sinusoidal.

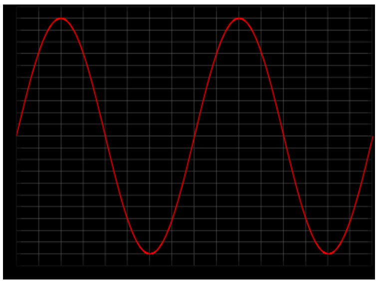


Ilustración 13 Función sinusoidal

Características

Una onda senoidal lo caracteriza:

$$y = A\ sen(\omega x + \varphi)$$

* Amplitud.

* Período: tiempo en completar un ciclo, medido en segundos. T

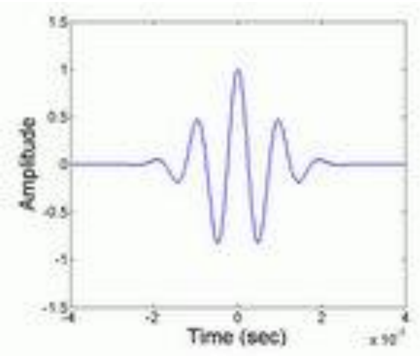
* Frecuencia: es el número de veces que se repite un ciclo en un segundo, se mide en (Hz)

  f = 1 / T

* Fase: el ángulo de fase inicial en radianes. (ßRd)

2.3.3 Incertidumbre

Para enunciar el principio de incertidumbre se considerará el siguiente par de señales:



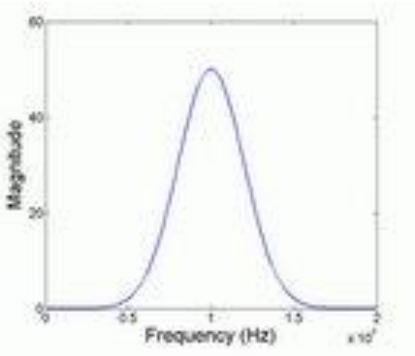


Ilustración 14 a) **Ilustración 10** b)

Como señal de entrada la fig. 10 a) se denominará "pulso gaussiano", que como se puede apreciar es una función sinusoidal y como señal de salida la fig. 10 b) su transformada de Fourier, que representa la campana de Gauss.

El pulso gaussiano es un caso particular de lo que se ha llamado antes "señal periódica real". Se puede observar que tiene un período (de x Hz), pero es limitada en el tiempo. Concretamente, es el producto de multiplicar un tono puro de x Hz por una señal *envolvente*, con forma de campana de Gauss. La anchura del pulso viene determinada por la anchura (duración) de su envolvente, que podemos asimilar a la desviación estándar de la campana (**σ**, dos segundos, a ojo).
La transformada de Fourier del pulso es una función:

- Centrada en x Hz (la frecuencia del tono).
- Con forma gaussiana (la forma es la de la TF de la **envolvente** y la TF de una gaussiana es, otra gaussiana). La desviación típica es la **inversa** de la de la envolvente. Es decir Σ =x /σ.

Si se ha podido llegar hasta aquí, ya se encuentra enunciado el principio de incertidumbre:

- El pulso gaussiano es una señal que está localizada en el instante t=0, con una indeterminación de t segundos (la anchura del pulso). Y tiene una frecuencia de x Hz, con una indeterminación de y Hz (la anchura de la transformada). Por tanto, hay una indeterminación en el instante en que se produce el pulso y en su frecuencia, que cumple la siguiente ecuación**:**

$\Sigma \cdot \sigma >= 1$

Es decir, que para dos variables relacionadas por la transformada de Fourier (como el tiempo y la frecuencia) y una función localizada tanto en el tiempo como en la frecuencia (como el pulso gaussiano), hay siempre unos márgenes (anchuras) de localización de esa señal, que cumplen

$\Delta t \cdot \Delta f >= 1$

Y es esto lo que se conoce como Principio de Incertidumbre.

2.4 Medición de la incertidumbre

Es necesario suministrar un parámetro que proporcione una idea del grado de confianza de los resultados ya que muchas de las decisiones que se toman están basadas en la información que estos resultados proporcionan, haciéndose esto aún más importante en el campo de la IA, donde mayormente la precisión es un componente determinante, para esto se analizará la metodología estándar que se sigue para la obtención de este parámetro.

El objetivo de una medición es determinar el valor del mensurando. Para realizar una medición se debe tener en cuenta la especificación apropiada del mensurando, el método de medición, y el procedimiento de medición.

El resultado de una medición es una aproximación o estimación del valor del mensurando y es completo sólo cuando va acompañado por una declaración de la incertidumbre de esa estimación.

2.4.1 Metodología para la evaluación y expresión de la incertidumbre.

1. Expresar matemáticamente la relación entre el mensurando **Y** y los argumentos **Xi**. La función f deberá contener cualquier magnitud incluyendo todas las correcciones y factores de corrección que puedan contribuir como una componente significativa de la incertidumbre al resultado de la medición.

2. Identificación de fuentes de incertidumbre.

3. Evaluar la incertidumbre estándar **u(xi)** de cada estimación **x**. (Evaluación Tipo A)

4. Determinar la incertidumbre estándar combinada **uc (y).**

5. Determinar la incertidumbre expandida U= kuc (y).

6. Expresión de resultados.

A continuación se sigue esta metodología para explicar detalladamente el proceso de medición de la incertidumbre.

2.4.1.1 Elaboración del Modelo de la Medición.

En esta etapa debe modelarse el proceso de medida. Es decir, se establece cuál es la relación que hay entre el resultado analítico y los parámetros de los que depende.

En la mayoría de los casos el mensurando Y no se mide directamente si no que se determina a partir de otras magnitudes **X1, X2,..., XN** a través de una relación funcional f:

$$Y = F(\{X_i\}) = f\{X_1, X_2, \dots X_n\}$$

f puede ser determinada experimentalmente o existir solo como un algoritmo que deba ser avaluado numéricamente.

La definición del mensurando usualmente se refiere, casi siempre de manera implícita, a una estimación de la incertidumbre que se requiere. Es notable el alto riesgo que se corre cuando la definición del mensurando no es acorde con la estimación de la incertidumbre requerida.

El mejor estimado **y** del valor del mensurando es el resultado de calcular el valor de la función **f** evaluada en el mejor estimado de cada magnitud de entrada **xi,** expresión en la cual el índice i toma valores entre 1 y el número de magnitudes de entrada N.

$$y = f\{x_1, x_2, \dots x_n\}$$

2.4.1.2 Identificación de Fuentes de Incertidumbre

Una vez modelado el proceso de medida, deben identificarse todas las fuentes de incertidumbre. Sin pretender ser exhaustivos, algunas de las fuentes de incertidumbre están asociadas a la heterogeneidad de la muestra, a la calibración de los instrumentos, a la pureza de los reactivos, a las condiciones ambientales y a los errores aleatorios cometidos por los analistas.

No es recomendable desechar alguna de las fuentes de incertidumbre por la suposición de que es poco significativa sin una cuantificación previa de su contribución, comparada con las demás, apoyada en mediciones. Es preferible la inclusión de un exceso de fuentes que ignorar algunas entre las cuales pudiera descartarse alguna importante.

2.4.1.3 Evaluación de la Incertidumbre Estándar (de las fuentes) Evaluación Tipo A.

En esta etapa deben cuantificarse todas las fuentes de incertidumbre identificadas en la etapa anterior. Hay dos formas de cuantificar las fuentes de incertidumbre:

a) Experimentalmente, es decir, haciendo replicados en el laboratorio.

b) Usando información disponible: certificados de calibración, tolerancias del material volumétrico, manuales de instrumentos, etc.

Es importante señalar que todas las componentes de incertidumbre deben expresarse como **incertidumbre estándar**. En el caso de que la incertidumbre se determine experimentalmente, la incertidumbre estándar se obtiene calculando la desviación estándar de los replicados. Si se utiliza información previa, la incertidumbre estándar se suele obtener dividiendo por □ 3 el intervalo proporcionado por el fabricante.

Conforme a la GUM la incertidumbre estándar u (x_i) se evalúa usando la información proveniente de certificados de calibración, especificaciones y características de los instrumentos, datos experimentales y las funciones de probabilidad (FDP) asociadas.

La incertidumbre de una magnitud de entrada Xi obtenida a partir de observaciones repetidas bajo condiciones de repetibilidad, se estima con base en la dispersión de los resultados individuales.

Si X_i se determina por n mediciones independientes, resultando en valores X_1, X_2,..., X_n, el mejor estimado x_i para el valor de X_i es la media de los resultados individuales:

$$x_i = \overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} X_j$$

La dispersión de los resultados de la medición X_1, X_2,..., X_n para la magnitud de entrada Xi se expresa por su desviación estándar experimental:

$$s(X) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \left(X_j - \overline{X}\right)^2}$$

La incertidumbre estándar u (xi) de Xi se obtiene finalmente mediante el cálculo de la desviación estándar experimental de la media:

$$u(x_i) = s\left(\overline{X}\right) = \frac{s(X)}{\sqrt{n}}$$

Así que resulta para la incertidumbre estándar de Xi:

$$u(x_i) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n} \left(X_k - \overline{X}\right)^2}$$

Para una medición que se realiza por un método bien caracterizado y bajo condiciones controladas, es razonable suponer que la distribución (dispersión) de los q_i no cambia, o sea se mantiene prácticamente igual para mediciones realizadas en diferentes días, por distintos metrólogos, etc. (esto es, la medición está bajo control estadístico). En este caso esta componente de la incertidumbre puede ser más confiablemente estimada con la desviación estándar sp obtenida de un solo experimento anterior, que con la desviación estándar experimental s (q) obtenida por un número n de mediciones, casi siempre pequeño.

La incertidumbre estándar de la media se estima en este caso por:

$$u(x_i) = \frac{S_p}{\sqrt{n}}$$

n es el número de mediciones repetidas para evaluar $x_i = \overline{q}$, mientras sp se determinó por un número distinto (y grande) de mediciones.

2.4.1.4 Determinación de la incertidumbre Estándar Combinada.

Una vez que se han calculado todas las fuentes de incertidumbre, éstas deben combinarse siguiendo la ley de propagación de errores. De esta forma, se obtiene una incertidumbre estándar combinada, u.

De acuerdo a la GUM, la incertidumbre estándar combinada $U_c(y)$ para magnitudes no correlacionadas, como en nuestro caso particular, se determina mediante la siguiente ecuación:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum u_i(y)^2}$$

Donde $u_i(y)$ son las contribuciones de incertidumbre que se definen de la siguiente manera:

$$u_i(y) = c_i\, u(x_i)$$

El término c_i es llamado Coeficiente de Sensibilidad, y se define como:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial X_i}$$

donde “f” es el modelo matemático del mensurando.

2.4.1.5 Determinación de la incertidumbre Expandida (si fuera necesaria)

El último paso, consiste en calcular la incertidumbre expandida, U. Para ello, debe multiplicarse la incertidumbre estándar por un factor de cobertura, k.

$$U = k\, u_c(y)$$

El factor de cobertura se elige con base en el nivel de confianza requerido de la medición.

En general, k tomará valores de 2 ó 3 si se requiere un nivel de confianza de aproximadamente 95 % ó 99 % respectivamente, sin embargo existe la posibilidad de que el valor de k sea subestimado.

Para tener una mejor aproximación del valor de k, el anexo G de la GUM propone determinar este valor por medio de la distribución “t” para un número de grados efectivos de libertad υeff, los cuales pueden estimarse mediante la siguiente expresión conocida como “Fórmula de Welch-Satterthwaite”:

$$\upsilon_{eff} \approx \frac{u_c(y)^4}{\left(\sum \frac{u_i(y)^4}{\upsilon_i}\right)}$$

donde υ_i es el número de grados de libertad de cada contribución de incertidumbre.

2.4.1.6 Expresión de resultados.

El apartado 7.2.6 de la GUM señala que usualmente es suficiente expresar la incertidumbre con a lo más dos dígitos significativos.

CAPÍTULO 3: CONSTRUCCION DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA

3.1 Introducción

En el capítulo anterior se pudo observar cómo la incertidumbre estaba presente en cada paso de obtención de la función de transferencia y cómo a partir de un profundo análisis, las funciones de transferencia en estudio contenían también incertidumbre. Se analizará en este capítulo el valor de esta incertidumbre estándar que se presenta en las funciones, siguiendo la metodología propuesta.

Se utiliza el Statgraphic y el Matlab para la hallar los valores de la desviación estándar, la media y la varianza; componentes imprescindibles para el cálculo de la incertidumbre.

En los modelos a analizar está presente la incertidumbre, porque en todo proceso real aleatorio existe duda en la veracidad de los resultados y las funciones de transferencia no se encuentran exentas de ello.

La incertidumbre se medirá teniendo en cuenta la evaluación de tipo A ya que este método evalúa mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones, siendo, por esto, el que más se adapta a las necesidades del problema.

3.2 Determinación de la incertidumbre estándar en la función gaussiana.

3.2.1 Fuentes que provocan incertidumbre en la función gaussiana.

Algunos de los factores que provocan la incertidumbre en la función gaussiana son:

- **La muestra que se tomó pudo haber sido más representativa**. Los parámetros asociados a la función en estudio ($y = Ae^{-Bx^2}$) A y B, fueron seleccionados aleatoriamente.

- **Las imágenes obtenidas presentan errores de truncamiento.** Los valores obtenidos fueron redondeados, se tomaron los valores subjetivamente.

- **Los herramientas de cálculos no son lo suficientemente confiable:** En este caso las herramientas utilizadas fueron el asistente Matlab, y el Statgraphics, los cuales llevan intrínsecos los errores de truncamiento.

A partir de la obtención de las imágenes de x para la ecuación gaussiana

$$y = Ae^{-Bx^2}$$

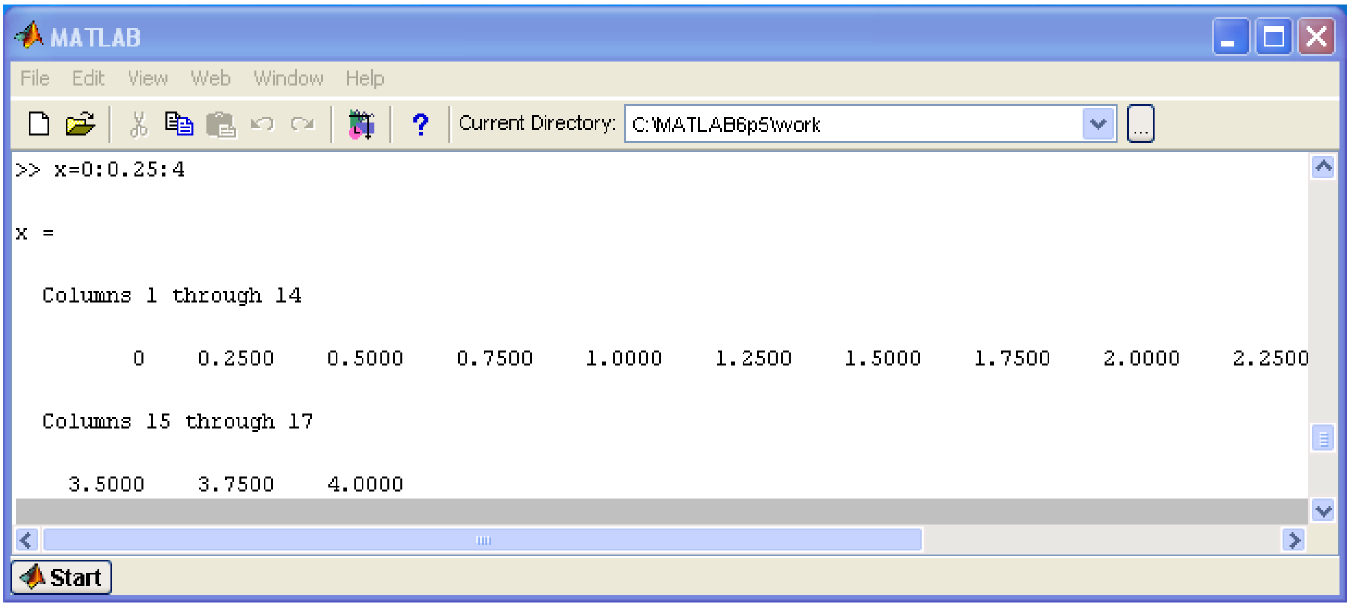


Ilustración 15 Valores obtenidos a través de Matlab

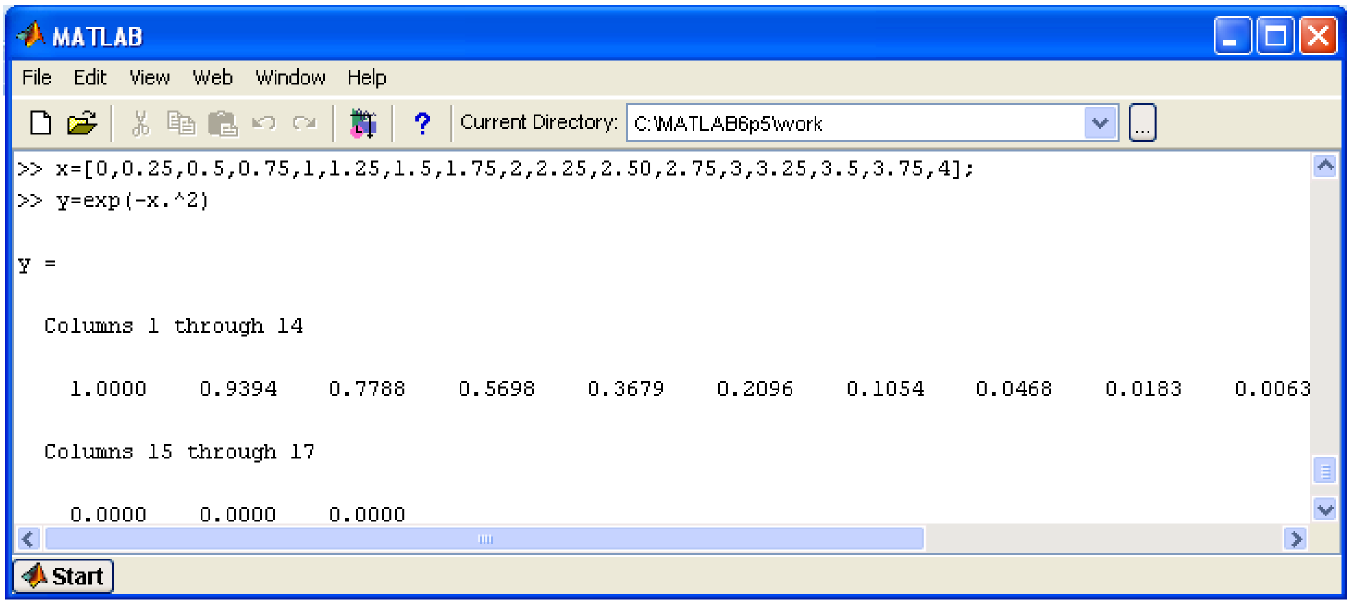


Ilustración 16 Valores de imágenes de una función gaussiana

Valor	Valor redondeado
1.0000	1.00
0.9394	0.94
0.7788	0.78
0.5698	0.57
0.3679	0.37
0.2096	0.21
0.1054	0.10
0.0468	0.05
0.0183	0.02
0.0063	0.00
0.0019	0.00
0.0005	0.00
0.0001	0.00
0.0000	0.00
0.0000	0.00
0.0000	0.00
0.0000	0.00

Ilustración 17 Tabla de redondeo

Se procede a la evaluación de la incertidumbre. Ésta se realizó aplicando un conjunto de fórmulas para poder llegar a obtener un valor de incertidumbre que caracterice estos modelos.

Primeramente se calculó la media aritmética mediante la fórmula:

$$\overline{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k$$

Donde *n* es el número de observaciones realizadas, que en este caso es 13 siendo ésta la cantidad de imágenes encontrados partir del modelo, q_k es la variable independiente encontrada en cada una de las observaciones, es decir, en cada punto, siendo esta la del eje de las abscisas, la imagen es la variable dependiente.

$$\overline{q} = \frac{1}{17}\sum_{k=1}^{17}(1.00 + 0.94 + 0.78 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 0) = 0.24$$

Luego se calcula la varianza experimental de las observaciones:

$$S^2_{(q_1)} = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(q - q_k)^2$$

Sustituyendo los valores:

$$S^2{}_{q_1} = \frac{1}{17-1}\sum_{k=1}^{n}(1.00 - (1.00 + 0.94 + 0.78 + \cdots \ldots\ldots\ldots + 0))^2 = 0.13$$

Seguidamente se calcula la desviación estándar de la siguiente forma:

$$S_{(q_1)} = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\frac{(q_k - \overline{q})^2}{n-1}}$$

Sustituyendo los valores:

$$S_{q_{(1)}} = \sqrt{\sum_{k=1}^{17} \frac{(1.00 + 0.94 + 0.78 + \cdots \ldots \ldots \ldots + 0)^2}{17 - 1}} = 0.36$$

La varianza de la media $S^2_{(\overline{q})}$ es:

$$S^2_{(\overline{q})} = \frac{S^2_{(q)}}{n}$$

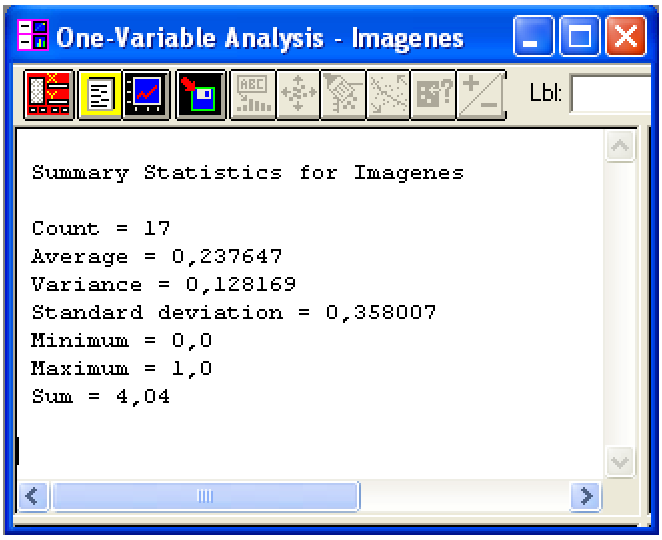
$$S^2{}_{\overline{q}} = \frac{0.13}{17} = 0.01$$

Por último se puede decir que:

$$S_{(\overline{q})} = U_{(q_1)} = \frac{S_{(q_1)}}{\sqrt{n}}$$

$$U_{(q_1)} = \frac{0.36}{\sqrt{17}} = 0.09$$

Después de esta serie de cálculos se arriba a la conclusión de que el valor de la incertidumbre de este modelo es *U*=0.09.



La evaluación de incertidumbre del segundo modelo obtenido se hace a través del mismo método, el número de observaciones es igual.

3.3 Determinación de la incertidumbre estándar en la función sinusoidal.

3.3.1 Fuentes que provocan incertidumbre en la función sinusoidal.

Algunos de los factores que provocan la incertidumbre en la función sinusoidal son:

- **La muestra que se tomó pudo haber sido más representativa**. Los parámetros asociados a la función en estudio ($y = Asen\,(wx) + \varphi$) A, w, φ fueron seleccionados aleatoriamente.
- **Las imágenes obtenidas presentan errores de truncamiento.** Los valores obtenidos fueron redondeados, se tomaron los valores subjetivamente.
- **Los herramientas de cálculos no son lo suficientemente confiable:** En este caso las herramientas utilizadas fueron el asistente Matlab, y el Statgraphics, los cuales llevan intrínsecos los errores de truncamiento.

A partir de la obtención de las imágenes de x para la ecuación gaussiana

$y = Asen\,(wx) + \varphi$ para el caso específico en que **A, w = 1 φ = 0**

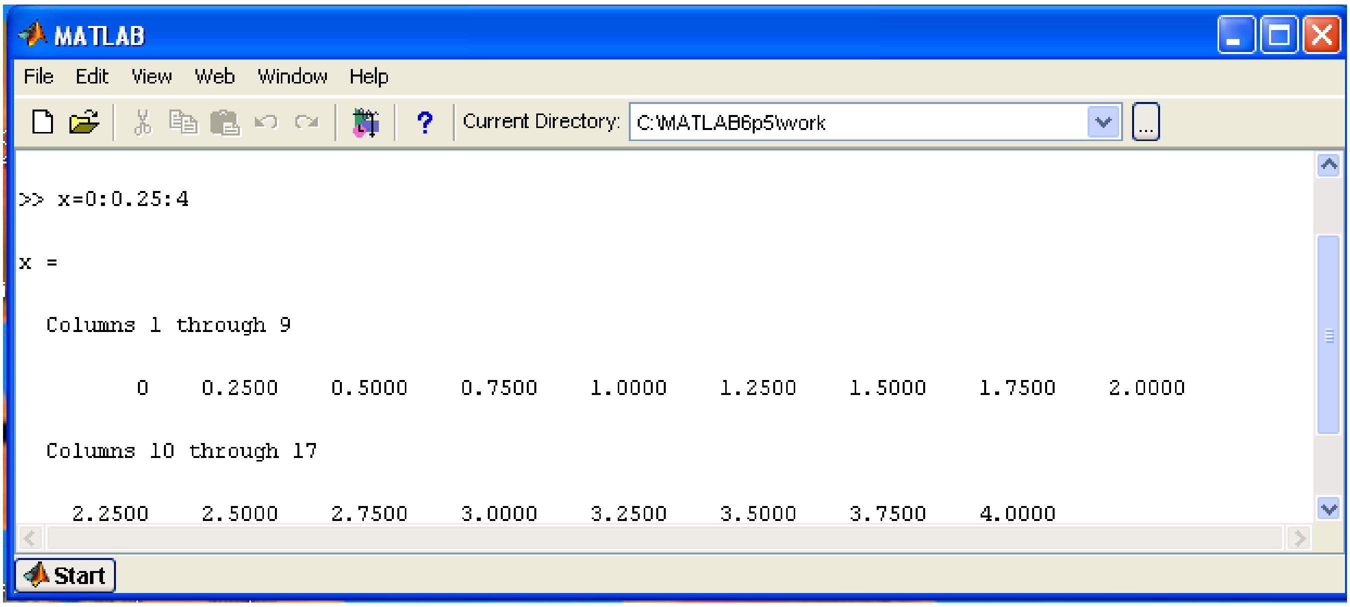


Ilustración 18 Valores obtenidos a través de Matlab

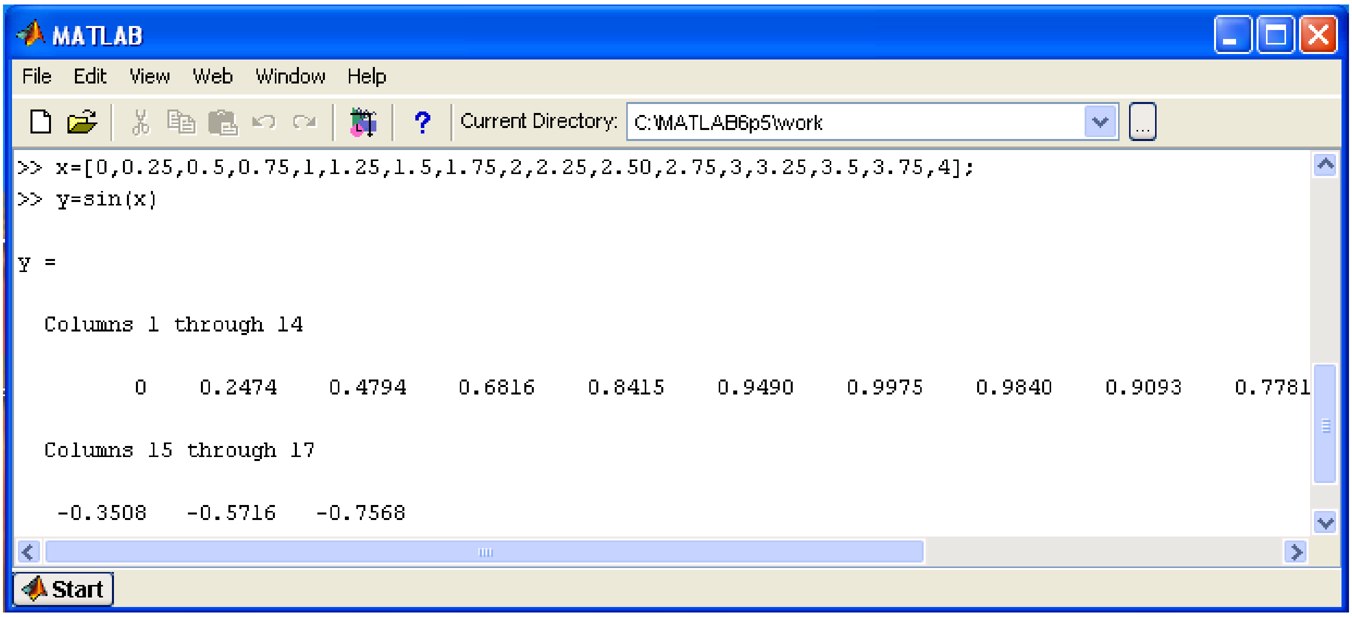


Ilustración 19 Valores de imágenes de una función sinusoidal

Valor	Valor Redondeado
0	0
0.2474	0.25
0.4794	0.48
0.6816	0.68
0.8415	0.84
0.9490	0.95
0.9975	1.00
0.9840	0.98
0.9093	0.90
0.7781	0.78
0.5985	0.60
0.3817	0.38
0.1411	0.14
-0.1082	-0.11
-0.3508	-0.35
-0.5716	-0.57
-0.7568	-0.76

Ilustración 20 Tabla de redondeo

Se procede a la evaluación de la incertidumbre. Ésta se realizó a través del método de evaluación de incertidumbre tipo A, aplicando un conjunto de fórmulas para poder llegar a obtener un valor de incertidumbre que caracterice estos modelos.

Primeramente se calculó la media aritmética mediante la fórmula:

$$\overline{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k$$

Donde *n* es el número de observaciones realizadas, que en este caso es 20 siendo ésta la cantidad de imágenes encontrados partir del modelo, q_k es la variable independiente encontrada en cada una de las observaciones, es decir, en cada punto, siendo esta la del eje de las abscisas, la imagen es la variable dependiente.

$$\overline{q} = \frac{1}{17}\sum_{k=1}^{17}(0.00 + 0.25 + 0.48 + \ \ldots\ldots\ldots..\ldots - 0.76) = 0.36$$

Luego se calcula la varianza experimental de las observaciones:

$$S^2_{(q_1)} = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(q - q_k)^2$$

Sustituyendo los valores:

$$S^2{}_{q_1} = \frac{1}{17-1}\sum_{k=1}^{n}(0.00 - (0.00 + 0.25 + 0.48 + \ \ldots\ldots\ldots..\ldots - 0.76))^2 = 0.31$$

Seguidamente se calcula la desviación estándar de la siguiente forma:

$$S_{(q_1)} = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\frac{(q_k - \overline{q})^2}{n-1}}$$

Sustituyendo los valores:

$$S_{q_{(1)}} = \sqrt{\sum_{k=1}^{17}\frac{(0.00 + 0.25 + 0.48 + \ \ldots\ldots\ldots..\ldots - 0.76)^2}{17-1}} = 0.56$$

La varianza de la media $S^2_{(\bar{q})}$ es:

$$S^2_{(\bar{q})} = \frac{S^2_{(q)}}{n}$$

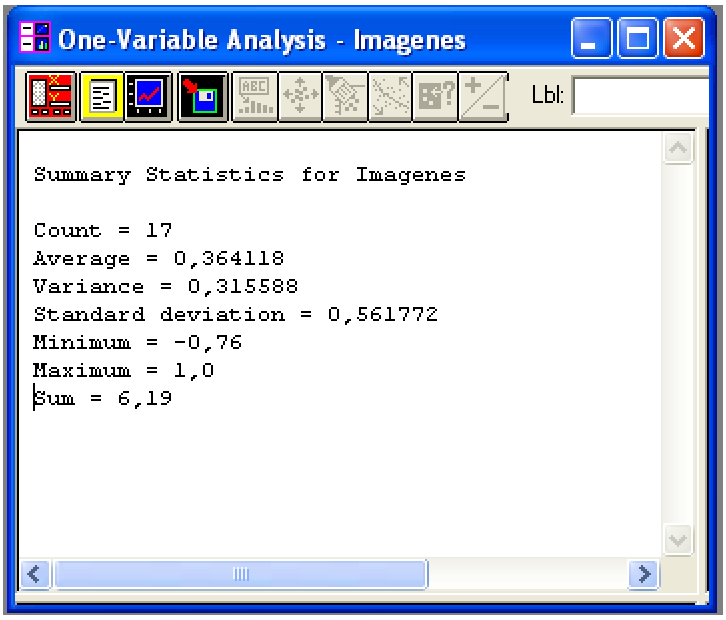
$$S^2{}_{\bar{q}} = \frac{0.31}{17} = 0.02$$

Por último se puede decir que:

$$S_{(\bar{q})} = U_{(q_1)} = \frac{S_{(q_1)}}{\sqrt{n}}$$

$$U_{(q_1)} = \frac{0.56}{\sqrt{13}} = 0.15$$

Después de esta serie de cálculos se arriba a la conclusión de que el valor de la incertidumbre de este modelo es *U*=0.15.



3.4 Determinación de la incertidumbre estándar combinada

Una vez que se han calculado todas las fuentes de incertidumbre, estas deben combinarse siguiendo la ley de propagación de errores. De esta forma, se obtiene una incertidumbre estándar combinada u.

En el caso de estudio no se determina este parámetro ya que no se cuenta con el valor de la incertidumbre presente en las fuentes de incertidumbre. Es precisamente este, uno de los mayores problemas que presentan los softwares.

3.5 Análisis del cálculo matemático de la incertidumbre:

Se ha mostrado una vía de obtención del valor de la incertidumbre de la función de transferencia, utilizando como observaciones sus imágenes para un intervalo dado. Con esto se quiere dar una idea de cómo es posible comparar los valores obtenidos en el análisis de ambas funciones de transferencia, llegando a la conclusión de que en la función de transferencia sinusoidal es donde mayor incertidumbre se aprecia, por lo que es más confiable el trabajo con las funciones Gaussianas, esto significa, que en la aplicación de un problema de alta precisión es recomendable utilizar las funciones de transferencia gaussiana; en otros casos que se presentan en la vida cotidiana, cualquiera de las otras funciones de transferencia pueden dar respuesta a la situación .

Se recomiendan utilizar en la mayoría de los casos funciones que cuenten con un nivel de compejidad inferior como la lineal.

CONCLUSIONES

En este trabajo de diploma se logró dar cumplimiento a los objetivos propuestos para el desarrollo de la investigación científica. Los conocimientos adquiridos en el estudio de la Inteligencia Artificial, las Redes Neuronales Artificiales, la Teoría de la Incertidumbre, fueron expuestos de forma explícita en el desarrollo del mismo.

Se hizo un análisis de la obtención de funciones de transferencia de sistemas dinámicos utilizando la Transformada de Laplace, así como el comportamiento de los distintos tipos de transferencia, haciendo especial énfasis en el comportamiento de dos de las funciones de transferencia de RNA.

Se realizó, además, un estudio del proceso de cálculo de la incertidumbre en dos de las funciones de transferencia de las RNA, la función gaussiana y la sinusoidal, llegando a la conclusión que la función gaussiana presenta menos incertidumbre que la función sinusoidal.

RECOMENDACIONES

Continuar una investigación más profunda sobre el análisis de la incertidumbre en las funciones de transferencia.

Implementar un módulo que sea capaz de medir la incertidumbre que presentan las funciones de transferencias y que el mismo sea utilizado por los proyectos de la UCI para darle más confiabilidad a los productos finales.

Continuar con grupos investigativos que profundicen más sobre el tema tratado.

Extender los estudios realizados sobre errores e incertidumbre que se desarrollan en el campo de la física a otros tipos de investigaciones relacionadas con la IA.

BIBLIOGRAFÍA

1. **Tanco, Fernando.** *INTRODUCCION A LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES.* Buenos Aires : s.n.

2. **Stegmayer, Georgina.** *Herramienta no convencional para modelado en comunicaciones móviles: redes neuronales artificiales.* Argentina : s.n., 2007.

3. **Sergio Romero, J. Carlos Aguado.** *ANÁLISIS DE SISTEMAS MEDIANTE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.* 2007.

4. **Ribadas Pena, Francisco José.** *Redes de Neuronas Artificiales.* 2005.

5. **Pérez-Nova, Antonieta.** *La Incertidumbre estadística en la enseñanza de las ciencias y en el aprendizaje significativo.*

6. **Norvig, Stuart Rusell y Peter.** *Inteligencia Artificial: un enfoque moderno.* 1996.

7. **MUÑOZ SAN ROQUE, ANTONIO.** *APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES AL DIAGNÓSTICO DE PROCESOS INDUSTRIALES.* Madrid : s.n., 1996.

8. **MÜLLER, SWEN y MASSARANI, PAULO.** *Medición de Función de Transferencia con sweeps.* Laboratório de Ensaios Acústicos, INMETRO, Xerém, Duque de Caxias (RJ), Brasil : s.n.

9. **Muestras, Subcomisión de Mediciones de Gas de la Comisión de Mediciones y Extracciones de.** *Incertidumbre en la medición.* 2003.

10. **Moreno, J. Angel.** *METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE.* México : s.n., 2005.

11. **Medina Quispe, Fernando Alexis.** *Redes Neuronales, una breve Introducción.* 2007.

12. **Matthews, James.** http://vidaartificial.com. [En línea] 2000. http://vidaartificial.com/index.php?title=Una_Introduccion_a_las_Redes_Neuronales_%28Generation5.org%29.

13. **Martínez, Wolfgang A. Schmid y Ruben J. Lazos.** *GUÍA PARA ESTIMAR LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN.* El Marqués, Qro., México, : s.n., 2004.

14. **Martín del Brío, Bonifacio y Sanz Molina, Alfredo.** *Redes Neuronales y Sistemas Difusos.*

15. **Juan, Asunción R. De.** Estadística, Certeza e Incertidumbre. [En línea] 2001-2002. http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/HasierakoIkasgaiak/rubio2001-02.doc..

16. **J.C. Moctezuma Eugenio, A. Sánchez Galvez, A. Ata Pérez.** *IMPLEMENTACIÓN HARDWARE DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA PARA REDES NEURONALES ARTIFICIALES.* México : s.n.

17. **Gil Aluja, Jaime.** *GÉNESIS DE UNA TEORÍA DE LA INCERTIDUMBRE.*

18. **Cunningham, Conrad H.** *“Lecture Notes of CSci405: Computer Simulation”. Department of Computer and Information Science.* University of Mississippi : s.n., 2000.

19. **BERNARDO, FRANCISCO JAVIER GIRON Y JOSE MIGUEL.** *EL CONTROL DE LA INCERTIDUMBRE:EL CALCULO DE PROBABILIDADES Y LA TEORIA DE LA UTILIDAD.*

20. **Rafael y Bello Pérez, Rafael.** *SOLUCION DE PROBLEMAS BAJO INCERTIDUMBRE.* VillaClara, Cuba : s.n., 1998.

21. *Guía BIMP/ISO para la expesion de la incertidumbre en las mediciones.* Querétaro, México : s.n., 1994.

GLOSARIO

Argumentos: Variables de las cuales depende el resultado de una medición.

Capacidad óptima de medida: incertidumbre de medición más pequeña que puede conseguir un laboratorio para una determinada magnitud en condiciones ideales de medición, dentro del alcance de su acreditación.

Correlación: relación entre dos o más variables aleatorias dentro de una distribución de dos o más variables aleatorias.

Coeficiente de correlación: valor cuantitativo de la relación entre dos o más variables. Puede ir desde -1 hasta 1.

Covarianza: medida de la dependencia mutua de dos variables aleatorias, igual al valor esperado del producto de las desviaciones de las dos variables aleatorias con respecto a sus respectivos valores esperados.

Coeficiente de sensibilidad asociado a una estimación de entrada: variación diferencial en la estimación de salida generada por una variación diferencial en una estimación de entrada dividida por la variación en la estimación de entrada.

Desviación Estándar: Medida de dispersión que se calcula como la raíz cuadrada positiva de la varianza de una variable aleatoria.

Desviación típica experimental: raíz cuadrada positiva de la varianza experimental.

Distribución de probabilidad: función que da la probabilidad de que una variable aleatoria adopte cualquier valor o pertenezca a un determinado conjunto de valores.

Estimación combinada de la varianza: valor estimado de la varianza experimental obtenido de una larga serie de observaciones del mismo mensurando en mediciones bien caracterizadas y bajo control estadístico.

Factor de cobertura: factor numérico utilizado como multiplicador de la incertidumbre típica de medida para obtener una incertidumbre expandida de medición.

Mensurando: magnitud particular sujeta a medición. No se puede definir mediante un valor sino mediante una descripción de una magnitud, por lo que se deja un espacio para hacer interpretaciones, introduciendo así una componente de incertidumbre en la incertidumbre del resultado de la medición.

Media Aritmética: suma de valores dividido por el número de valores.

Magnitud de entrada: magnitud de la que depende el mensurando y que se tiene en cuenta en el proceso de evaluar el resultado de una medición, X i (i= 1,2,....N).

Magnitud de salida: magnitud que representa al mensurando en la evaluación de una medición, Y = f (X1, X2,....Xn).

Probabilidad de cobertura: fracción, generalmente grande, de la distribución de valores que como resultado de una medición, pueden atribuirse razonablemente al mensurando.

Repetibilidad: diferencia entre varias medidas realizadas en las mismas condiciones de material y de medio ambiente por el mismo operador en un periodo de tiempo corto. Las medidas se efectúan por desplazamiento de la punta y regreso a la posición inicial de manera homogénea. Valor expresado generalmente en micras.

Variable aleatoria: variable que puede adoptar cualquier valor de un determinado conjunto de valores y que está asociada a una distribución de probabilidad.

Varianza: valor esperado del cuadrado de la desviación de una variable aleatoria con respecto al valor esperado.

Varianza experimental: magnitud que caracteriza la dispersión de los resultados de una serie de n observaciones del mismo mensurando dada por la ecuación (3.2) del texto.