

Universidad de las Ciencias Informáticas

Facultad 6



**Título: Propuesta de algoritmo para el diseño de minas a
cielo abierto.**

Trabajo de Diploma para optar por el título de
Ingeniero en Ciencias Informáticas

Autor(es): Rosa Elena Peña Lallanilla

Tutor: Ing. Eddy Dangel Quesada Rodríguez.

La Habana, junio de 2012

“Año 54 de la Revolución”

DECLARACIÓN DE AUTORÍA:

Declaro ser autor de la presente tesis y reconozco a la Universidad de las Ciencias Informáticas los derechos patrimoniales de la misma, con carácter exclusivo.

Para que así conste firmamos la presente a los _____ días del mes de _____ del año _____.

Rosa Elena Peña Lallanilla

Eddy Dangel Quesada Rodríguez

DATOS DE CONTACTO:

Ing. Eddy Dangel Quesada Rodríguez

Ing. en Ciencias Informáticas, UCI, 2008. Profesor Instructor.

E-mail: edquezada@uci.cu

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer, antes que nada, al compañero Fidel Castro y a la Revolución Cubana por darnos la oportunidad de superarnos y ser parte de esta gran obra que es la Universidad de las Ciencias Informáticas.

A mi mamá María A. Lallanilla por apoyarme en todos mis proyectos y darme tanto ánimo y a mi tío Alfredo Lallanilla por ser guía en mis estudios.

A mis suegros María Luisa Valdés y Juan Jesús Alfonso por tanto amor, ayuda y preocupación.

A mi tutor Eddy Dangel Quesada por ser un amigo incondicional, por brindarme su ayuda.

A Iraida Rondón Sosa y a José Luis Fernández Tapia porque siempre pude contar con ellos.

A Ernesto Enríquez Alejandro Rodríguez por ayudarme tanto a lo largo de mi carrera.

DEDICATORIA

A mi mamá, a mis suegros María Luisa Valdés y
Juan Jesús Alfonso y a Javier Alfonso Valdés por el amor y la confianza.

RESUMEN

Dentro de las actividades a desarrollar en el diseño de una mina a cielo abierto, encontrar el volumen de mineral posible a extraer, que sea económicamente rentable, es una fase crucial. Este problema establece los límites iniciales de la explotación teniendo en cuenta una serie de parámetros físicos y económicos. El procedimiento anterior requiere de grandes decisiones ingenieriles. Es así como surgen variadas técnicas que, vinculadas al poder actual de las computadoras, permiten reducir la complejidad del proceso. Para desarrollar la investigación se hace uso del método empírico de observación y de los métodos teóricos (histórico-lógico, analítico-sintético y de modelación). Se analizan todas las técnicas existentes que permiten obtener los límites de la explotación con el objetivo de elegir la mejor estrategia. El aporte principal del trabajo radica en la propuesta de un algoritmo para el diseño de minas a cielo abierto y la utilización de un Octree como estructura de datos espaciales para optimizar las búsquedas. De esta forma se establecen las bases para lograr la rentabilidad de los proyectos mineros mediante un mejor aprovechamiento de los recursos minerales.

Palabras claves: Algoritmo, cielo abierto, diseño, mina.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Modelo de bloques que representa una zona geológica.6

Figura 2. Fases y etapas que componen el proceso de diseño de minas a cielo abierto.7

Figura 3. Flujo del diseño de minas a cielo abierto.....10

Figura 4. El algoritmo en dos dimensiones trabaja con cada sección del modelo de bloques15

Figura 5. Precedentes de un bloque x.16

Figura 6. Sección con los valores netos $C(i, j)$16

Figura 7. Sección del modelo de bloques con valores $M(i, j)$17

Figura 8. Sección del modelo de bloques con valores $P(i, j)$17

Figura 9. Sección del modelo de bloques con valores $P_{i, j}$ que representan el hueco final.....18

Figura 10. Representación de una sección del modelo de bloques a través de un grafo.19

Figura 11. Aproximación de Lipkewich y Borgman.....20

Figura 12. Aproximación de Lipkewich y Borgman, análisis por niveles.21

Figura 13. Aproximación de Lipkewich y Borgman, último nivel.....21

Figura 14. Cierre máximo, solución final a través de teoría de grafos.....22

Figura 15. Subdivisión del espacio tridimensional a través del Octree.....23

Figura 16. Representación de un bloque espacialmente.....27

Figura 17. Dependencias de un bloque con los del nivel superior para su extracción.28

Figura 18. Patrón de Búsqueda Mínima relativo a un bloque.....29

Figura 19. Anillos por niveles que definen un cono invertido.....29

Figura 20. A la izquierda, corrida del Patrón de Búsqueda Mínima. A la derecha, conjunto de bloques dentro de los límites de la explotación teniendo en cuenta su valorización.34

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Parámetros económicos que se definen durante la etapa de conceptualización.9

Tabla 2. Métodos propuestos para el diseño de minas a cielo abierto. 12

Tabla 3. Parámetros para la creación de un modelo de bloques.26

Tabla 4. Parámetros asignados a cada bloque del modelo.26

Tabla 5. Reducción de bloques (Patrón de Búsqueda Mínima con el algoritmo de Lipkewich y Borgman).36

Tabla 6. Maximización de beneficios mediante el algoritmo de Lipkewich y Borgman.....37

Tabla 7. Tiempo de ejecución del Patrón de Búsqueda Mínima y del algoritmo de Lipkewich y Borgman.38

Tabla 8. Complejidad temporal de los procedimientos.39

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN1

CAPÍTULO 1: FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN.....5

1.1 Diseño de Minas.....5

1.2 Principales procesos realizados en el diseño de minas a cielo abierto7

1.2.1 Fase de Planeamiento Técnico8

1.2.2 Fase de Evaluación9

1.3 Algoritmos para el diseño de minas11

1.3.1 Algoritmos para el diseño y optimización de minas a cielo abierto.....11

1.4 Descripción de los modelos matemáticos14

1.4.1 Problema del Hueco Final.....14

1.4.2 Algoritmo de Lerchs-Grossman en 2D.....15

1.4.3 Algoritmo de Lerchs-Grossman en teoría de grafos18

1.4.4 Desarrollo del algoritmo19

1.4.5 Aproximación de Lipkewich y Borgman20

1.5 Estructuras de Datos Espaciales22

1.6 Conclusiones del capítulo23

CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA24

2.1 Algoritmo para el diseño de una mina a cielo abierto24

2.2 Creación del modelo de bloques.....25

2.3 Ángulos de talud.....27

2.4 Estrategias para el desarrollo del algoritmo de diseño de minas a cielo abierto. El Patrón de Búsqueda Mínima28

2.5 Pseudo Códigos de los principales procedimientos	30
2.6 Conclusiones del capítulo	33
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	34
3.1 Herramienta para el análisis de los resultados	34
3.2 Pruebas y comparaciones	35
3.2.1 Validación del Patrón de Búsqueda Mínima y del algoritmo de Lipkewich y Borgman	35
3.3 Análisis de la complejidad temporal	38
3.4 Conclusiones del capítulo	40
CONCLUSIONES	41
RECOMENDACIONES.....	42
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43
BIBLIOGRAFÍA.....	47
ANEXOS.....	51
GLOSARIO.....	53

INTRODUCCIÓN

El uso de la computación en la actividad geólogo-minera en Cuba comenzó formalmente a partir de 1983 (Rodríguez, 2008). Anteriormente se había empleado la informática de forma limitada en algunas tareas de Geofísica, Geología del Petróleo y estimación de reservas minerales. En la segunda mitad de los años ochenta se potenció la extensión de esta tecnología al control integral del flujo de datos durante la prospección¹ geológica, a través del sistema MICRONIQ. De esta forma comienza el tratamiento automatizado de la información de las minas en los yacimientos de níquel (Ruiz, 2009). En los años noventa surgen los primeros sistemas informáticos para el cálculo de recursos que se confeccionaron con esfuerzo nacional, con el propósito de extender las experiencias en el trabajo con el níquel a otros tipos de yacimientos.

A partir de 1995 se realiza el análisis del flujo de datos en todas las minas de níquel. Se identificaron las particularidades de la información geólogo-minera, operacional, de gestión económica y de mantenimiento técnico, con el objetivo de desarrollar aplicaciones informáticas a la medida. El impulso que cobraba esta industria y la urgencia de contar con un sistema para el control de los yacimientos, fue el factor decisivo que inclinó la balanza hacia la adquisición de los productos informáticos privativos imperantes en el mundo minero. En el 2006 el sector minero cubano realizó la negociación con la empresa Gemcom y más tarde con Surpac y Datamine. De esta forma se impuso una dependencia tecnológica por el pago de licencias, capacitación y otros servicios a dichas compañías (Ruiz, 2009).

En los últimos años los geólogos y mineros cubanos combinan el uso de herramientas más modestas desarrolladas en cada colectivo para la modelación del terreno, no sucede lo mismo con la planificación y el diseño, donde son requeridas las aplicaciones privativas introducidas en el país por el nivel de resolutivez que ofrecen. El diseño de una mina a cielo abierto es una de las actividades más importantes en el estudio técnico-económico de un proyecto minero pues determina las posibles reservas a explotar. Para realizar este proceso es muy conveniente la utilización de algoritmos especializados que permitan obtener un hueco económicamente rentable y al mismo tiempo permitan lograr la versatilidad y flexibilidad del diseño en depósitos de gran dimensión y complejidad. La tecnología de procesamiento de la información en base a modelos matemáticos influye en inversiones mineras de gran magnitud.

¹ Prospección: Campañas de exploración.

El principal valor de los minerales cubanos estriba en que yacen próximos a la superficie y pueden explotarse en minas a cielo abierto con un costo relativamente menor al de su extracción desde las profundidades subterráneas (Hernández, 2011). La selección y aplicación de un algoritmo para establecer los límites iniciales de la explotación, teniendo en cuenta criterios técnicos y económicos, incide en el costo total y el gasto que requieren ciertas prácticas operacionales. Lo planteado anteriormente puede explicarse debido a que si las rocas a minar no se eligen adecuadamente disminuyen los beneficios por la extracción de material estéril.

Definir los límites iniciales de la explotación es el primer paso para realizar la optimización del diseño y establecer la secuencia de extracción en fases posteriores. Existen algoritmos especializados que proporcionan los límites del hueco y ofrecen distintas alternativas que pueden ser valoradas para maximizar los beneficios, tomando en consideración una serie de parámetros. Paralelamente es importante aplicar estrategias que permitan reducir las exigencias en cuanto al tiempo de procesamiento de modelos de bloques de gran dimensión y lograr un almacenamiento eficiente de los datos. Encontrar un método factible que establezca las bases para lograr un mejor aprovechamiento de los recursos minerales en los proyectos mineros es una necesidad.

Debido a la situación problemática planteada anteriormente surge el siguiente problema científico que da inicio a esta investigación: **¿Cómo maximizar el volumen de extracción de un mineral en una mina a cielo abierto teniendo en cuenta criterios técnicos y económicos?**

El problema planteado se enmarca en el **Objeto de Estudio**: Los algoritmos para el diseño y optimización de minas.

Delimitado por el **Campo de Acción**: Los algoritmos para el diseño y optimización de minas a cielo abierto.

Para dar solución al problema planteado se define como **Objetivo General**: Proponer un algoritmo que permita maximizar el volumen de extracción de un mineral en una mina a cielo abierto, teniendo en cuenta criterios técnicos y económicos.

La Idea a Defender es: La implementación de un algoritmo para el diseño de minas a cielo abierto permitirá maximizar el volumen de extracción de un mineral y establecer las bases para garantizar la rentabilidad de los proyectos mineros.

Para alcanzar el objetivo propuesto, se realizan las siguientes **Tareas de la Investigación**:

- Caracterizar los principales conceptos asociados al dominio del problema.
- Identificar los principales procesos realizados en el diseño de minas a cielo abierto.
- Caracterizar los algoritmos existentes para el diseño de minas a cielo abierto.
- Modelar el algoritmo propuesto para el diseño de minas a cielo abierto.
- Realizar el análisis de los resultados obtenidos en la investigación.

Para lograr un completo entendimiento de la situación existente, se utilizan los siguientes métodos científicos de la investigación:

Métodos Empíricos:

- **Observación:** Se realiza un estudio de los productos informáticos mineros disponibles para realizar el diseño de minas a cielo abierto, con el fin de observar cómo se realiza este proceso y entender cada uno de los conceptos asociados al dominio del problema.

Métodos Teóricos:

- **Analítico-Sintético:** Se realiza un estudio de la bibliografía relacionada con el diseño de minas lo que permitió obtener una síntesis detallada del tema.
- **Análisis Histórico-Lógico:** Se investiga y se hace el análisis de los algoritmos existentes para el diseño y optimización de minas a cielo abierto y la adaptación de los mismos para diversos parámetros técnicos y económicos, de acuerdo al proyecto minero.
- **Modelación:** Se utiliza en la elaboración de diagramas y modelos del problema que posibilitan la propuesta e implementación del algoritmo.

El trabajo consta de introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

Capítulo 1. Fundamentos Teóricos de la Investigación: Incluye conceptos asociados al dominio del problema, la identificación de los principales procesos realizados en el diseño de minas a cielo abierto, el estudio y la caracterización de los principales algoritmos existentes para realizar el diseño de minas a cielo abierto y la descripción de dichos modelos matemáticos.

Capítulo 2. Descripción de la solución propuesta: Se documenta el algoritmo propuesto para el diseño de minas a cielo abierto.

Capítulo 3. Análisis de los resultados: Se realiza un estudio factible del algoritmo propuesto como solución final.

CAPÍTULO 1: FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN

Una de las etapas cruciales que definen la rentabilidad de un proyecto minero corresponde al diseño de la explotación. Tanto la selección de los parámetros físicos de diseño (ángulos de talud², ancho de rampas, dimensión de los bloques) como la planificación de la extracción de rocas estériles y minerales son decisiones ingenieriles muy complejas que impactan en los beneficios del proyecto. Para el diseño de una mina es muy conveniente la utilización de un algoritmo especializado que permita definir inicialmente los bloques cuya extracción sea económicamente rentable (Geoestadística.com, 2008). El uso de la potencia de los ordenadores en esta área es imprescindible para permitir la versatilidad del proceso debido a que es muy útil obtener varias alternativas, cada una con diferentes parámetros relacionados con los costos, precios del metal y recuperación, con el fin de elegir la que reporte mayor provecho para el proyecto minero.

En el presente capítulo se abordan los elementos teóricos fundamentales que sustentan el problema, se caracterizan los principales algoritmos existentes para el diseño de minas a cielo abierto y se describen dichos modelos matemáticos.

1.1 Diseño de Minas

Una mina es una obra resultante del conjunto de excavaciones e instalaciones que se desarrollan por encima o por debajo de la superficie, dividiéndolas, respectivamente, en minas a cielo abierto y en minas subterráneas. En términos comparativos, la maquinaria que se usa en la minería subterránea es mucho más pequeña que la que se utiliza a cielo abierto debido a las limitaciones que imponen el tamaño de las galerías y demás labores. Las minas a cielo abierto son económicamente rentables cuando los yacimientos afloran en la superficie o la competencia del terreno no es estructuralmente adecuada para trabajos subterráneos, como ocurre cuando está formado por arena o grava (Palacios, 2011). En la explotación a cielo abierto es necesario extraer gran cantidad de material estéril para obtener el mineral.

Las rocas estériles son aquellas que no contienen mineral o lo contienen en cantidades muy por debajo de la ley de corte, por lo tanto no es económicamente factible su minado. La ley de corte es la concentración mínima que debe tener un elemento en un yacimiento para ser explotable, es decir, la concentración que hace posible pagar los costes de su extracción, tratamiento y comercialización. Es

² Talud: Inclinación de pared.

un factor que depende a su vez de otros factores, que pueden no tener nada que ver con la naturaleza del yacimiento, como por ejemplo pueden ser su proximidad o lejanía a las vías de transporte y los avances tecnológicos en la extracción (Datamine_Tm, 2003).

El punto de partida para realizar el diseño de un proyecto minero es elaborar un modelo de bloques (figura 1). Este representa una interpretación discreta de la realidad que permite separar en pequeños sectores (bloques) una zona geológica de interés y es realizado por un ingeniero en minas o especialista de campo. Consiste en asignar a cada volumen contenido atributos como leyes y densidades. Las dimensiones del bloque dependen de los aspectos técnico–mineros, geológicos y prácticos que se persigan (Datamine_Tm, 2003). Una vez definido el modelo de bloques se puede aplicar un algoritmo para el diseño y optimización de minas que permita elegir la secuencia óptima de extracción, el hueco final y el hueco óptimo.

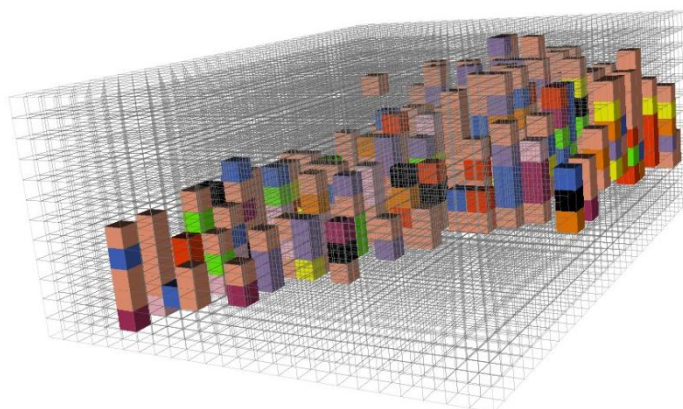


Figura 1. Modelo de bloques que representa una zona geológica.

El hueco final representa la envolvente mayor posible de explotar cuyo minado es económicamente rentable. Es un estado geométrico de la mina que muestra al yacimiento luego de su total explotación, se puede considerar como la situación de la mina al final de su vida útil. Hallar el hueco final se basa en maximizar el beneficio operacional instantáneo. Este parámetro no considera el valor del dinero en el tiempo, no proyecta diferentes escenarios futuros de precios de productos e insumos, como tampoco proyecta índices de productividad. No obstante, representa para el planificador un gran avance como primera aproximación y permite incorporar factores económicos a la posible operación a realizar (Datamine_Tm, 2003).

La secuencia óptima de extracción es la secuencia de bloques correspondiente al más alto VAN³ en relación a todas las secuencias posibles, sin dejar de considerar los requerimientos de taludes. El hueco óptimo está contenido dentro del hueco final y es correspondiente con el más alto VAN entre los posibles, pero obedece a criterios de talud, producción, accesos y anchos operacionales (Datamine_Tm, 2003).

1.2 Principales procesos realizados en el diseño de minas a cielo abierto

El diseño de una mina a tajo o cielo abierto es una de las actividades más importantes en el estudio técnico-económico de un proyecto minero. Empieza con una reserva geológica del recurso o del mineral que se representa mediante un modelo de bloques. El diseño obtenido se puede almacenar en un archivo, el cual contiene sólo aquellos bloques que están dentro de los límites finales del hueco. Posteriormente es posible representar los diseños calculados en planos XY, YZ y XZ por niveles o por sección. Los bloques seleccionados son aquellos que por su profundidad y por ley son rentables para extraer. Por ser tan complejo el diseño de una mina a cielo abierto se ha dividido el proceso en dos fases que permiten analizar el flujo de trabajo (figura 2). Estas dos fases son el planeamiento técnico de un esquema y la evaluación y selección de la mejor alternativa (Datamine_Tm, 2003).

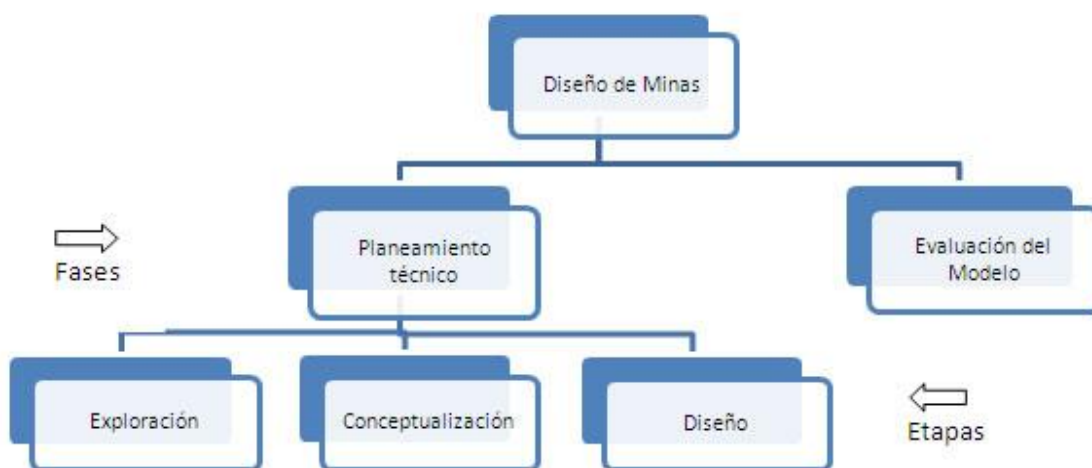


Figura 2. Fases y etapas que componen el proceso de diseño de minas a cielo abierto.

³ VAN, se refiere al Valor Actual Neto.

1.2.1 Fase de Planeamiento Técnico

Es la primera fase del proceso de diseño y optimización de una mina a cielo abierto e incluye las siguientes etapas: Exploración, Conceptualización y Diseño. La salida principal de esta fase es el Modelo de Bloques Económico, el hueco final, la secuencia de extracción y el Plan Minero.

- **Etapas de Exploración**

Para iniciar el diseño de una mina, ya sea subterránea o a cielo abierto, es necesario realizar una campaña de exploración (sondajes) con el fin de establecer una serie de parámetros topográficos, geológicos y geotécnicos como ángulos de talud, leyes de corte, masa y litología⁴ los cuales serán procesados para obtener un modelo de bloques. El modelo de bloques es el punto de partida para obtener los límites del hueco y el Plan Minero (Vargas, 2011).

- **Etapas Conceptual**

Incluye el proceso de evaluación de los requerimientos de calidad donde muchas alternativas deben ser estudiadas. La ubicación de los sitios de acopio y procesamiento son muy importantes para el diseño final. Se deben tener en cuenta los métodos de procesamiento y de molienda los cuales limitarán la capacidad de producción de la mina. La información de los costos unitarios en todos los aspectos de la operación se puede reunir en esta etapa, como una proyección de mercado con la demanda del producto y la estimación del precio. Durante esta etapa se realiza el Modelo de Bloques Económico que consiste en asignar a cada bloque su valor neto a partir de los beneficios y costos asociados (Coléou, 1998; Francois-Bongarcon 1984; L. Caccetta, L.M. Giannini and P. Kelsey, 1998a; L. Caccetta, P. Kelsey and L.M. Giannini, 1998b; Lerchs-Grossman, 1965; Whittle, J., 1993; Whittle, J., 1998).

⁴ Litología: Tipo de roca.

Los parámetros económicos que se definen en esta etapa se recogen en la tabla 1:

Modelo de costos	Costos de mina, planta, venta, procesamiento y rehabilitación.
Precio del mineral	Precio de los productos presentes en la roca.
Tasa de descuento	La rentabilidad mínima que se le exige al proyecto.

Tabla 1. Parámetros económicos que se definen durante la etapa de conceptualización.

- **Etapa de Diseño**

Es un procedimiento iterativo. Incluye el proceso de obtención del hueco final, la secuencia de extracción y la definición del Plan Minero. La secuencia de extracción puede ser diseñada teniendo en cuenta una serie de alternativas de transporte y la tasa de producción. El requerimiento de los equipos para cada una de las opciones puede ser estimado para realizar un análisis de los flujos de caja para el proceso global. Para el Plan Minero se definen criterios de diseño como la alimentación a planta fija, leyes de corte diferentes para cada fase, dimensionamiento de flota de equipos, el plan de renovación de flota, entre otros (Cai, 1989).

1.2.2 Fase de Evaluación

Durante la fase de evaluación y selección del mejor esquema es necesario hacer un análisis completo que incluya planificación, selección de equipos y flujos de caja generados. Es aquí donde se evalúa el Valor Actual Neto, el tonelaje por planta, entre otros. En todo proyecto que involucre inversión y riesgo es necesario contar con un análisis de sensibilidad de los retornos de la inversión acorde a la fluctuación de precios y costos y es precisamente la fase de evaluación la que permite establecer la mejor alternativa a ser seleccionada para maximizar los beneficios en el tiempo.

En el siguiente diagrama (figura 3) se resume el proceso de diseño de una mina a cielo abierto. El punto de partida es un yacimiento geológico de interés. Durante las campañas de exploración se hace un levantamiento de la información geotécnica. Con estos datos se puede construir el modelo de bloques asignando a cada sector los parámetros obtenidos. En la segunda etapa se hace un estudio de mercado donde se obtienen parámetros económicos que permitirán definir el valor neto de cada bloque. Dicho valor representa el beneficio si éste fuera explotado y procesado de forma independiente. Asignar a cada bloque dicha información equivale a construir el Modelo de Bloques Económico.

Una vez concluida la etapa anterior se procede a la obtención de los límites iniciales de la explotación mediante la aplicación de un algoritmo de diseño de minas. Este procedimiento consiste en analizar solamente los bloques que respeten el ángulo de talud global (establecido durante las campañas de exploración) en base a su valor neto. Como resultado se elimina un porcentaje considerable de material estéril dejando solamente en el modelo un conjunto de bloques, posibles a explotar, cuyo minado es económicamente rentable, es decir, pagan su extracción desde el nivel en que se encuentran hasta la superficie de acuerdo a un umbral establecido.

En fases posteriores estos bloques permitirán definir la secuencia de extracción y serán la entrada para el proceso de optimización del diseño teniendo en cuenta el flujo del dinero en el tiempo, lo cual no es objetivo de esta investigación.

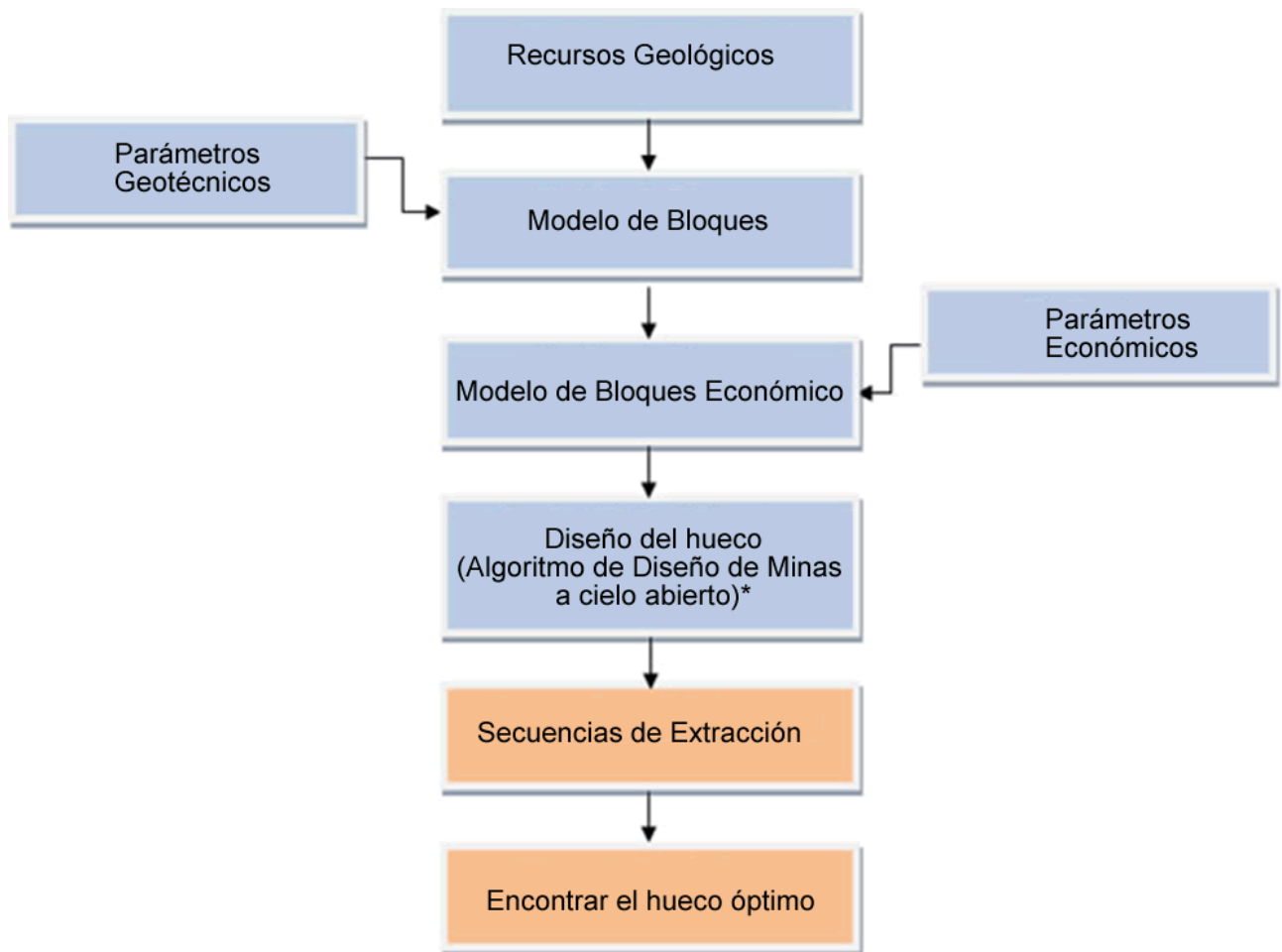


Figura 3. Flujo del diseño de minas a cielo abierto*.

*En el presente trabajo sólo se realizará el diseño de una mina a cielo abierto hasta la obtención del hueco final mediante la utilización de un algoritmo especializado.

1.3 Algoritmos para el diseño de minas

“Un algoritmo es un conjunto finito de pasos definidos, estructurados en el tiempo y formulados con base en un conjunto finito de reglas no ambiguas, que proveen un procedimiento para dar la solución o indicar la falta de ésta a un problema en un tiempo determinado” (Otazu, 2004). Durante los procesos de diseño y optimización de minas se aplican algoritmos que ofrecen distintas alternativas de explotación y reciben como entrada diversos parámetros, establecidos implícita o explícitamente bajo la supervisión del diseñador o planificador minero.

Los algoritmos para el diseño de minas son específicos de acuerdo al tipo de explotación, ya sea sobre la superficie o por debajo de ella. En el campo de la minería a cielo abierto se han definido algoritmos concretos que permiten diseñar un hueco factible en función de la cantidad y calidad de los parámetros de entrada que el modelo pueda aceptar. Para realizar las labores subterráneas no se han definido muchos algoritmos que permitan guiar la operación. No obstante, para este tipo de explotación existen herramientas que implementan métodos de Inteligencia Artificial como modelos de computación evolutiva. Esta investigación se centrará en los métodos definidos para diseñar minas a cielo abierto.

1.3.1 Algoritmos para el diseño y optimización de minas a cielo abierto

Los algoritmos propuestos para maximizar el volumen de extracción de minerales en las minas a cielo abierto están basados en teoría de grafos, programación lineal, programación dinámica, heurística y teoría de redes. La rapidez de respuesta de los ordenadores es un importante estimulante debido al carácter ciertamente dinámico de los parámetros de entrada del modelo. En la tabla 2 se resumen los principales métodos utilizados en el proceso de diseño y optimización del hueco.

Método	Año ⁵	Algoritmos Asociados
Heurística	1965	Cono Móvil de Pana
	1974	Algoritmo de Korobov
	1979	Cono Móvil de Lemieux
Programación dinámica.	1965	Algoritmo de Lerchs-Grossman 2D
Teoría de Grafos	1965	Grafos de Lerchs-Grossman 3D
	1969	Variante de Lipkewich y Borgman
	1998	Variante de Grafos de Lerchs-Grossman por Alford Whittle
Teoría de Redes	1968	Algoritmo de flujo de redes de Johnson
	1990	Algoritmo de Dinic
Programación lineal	1969	Algoritmo Simplex Dual

Tabla 2. Métodos propuestos para el diseño de minas a cielo abierto.

Los algoritmos heurísticos fueron desarrollados entre los años 1960 y 1970 por la carencia de poder de las computadoras para adaptar e implementar las pocas técnicas existentes en ese período en el campo de la minería. Un análisis de los métodos heurísticos fue descrito por Young C. Kim (Kim, 1979). En esta área se encuentra el algoritmo del Cono Flotante, descrito por Milton T. Pana (Pana, 1965) el cual ha sido el más popular para obtener el hueco final (Armstrong, 1990; Kuchta, 1995). Este algoritmo es sencillo y gráfico aunque no asegura que la solución sea óptima. Esto es debido a que mediante las iteraciones que realiza se puede extender el límite del hueco más allá del óptimo y no tiene en cuenta la cooperación entre los bloques (Lemieux, 1979). Existen diferentes variantes del algoritmo del cono flotante, por ejemplo el de Korobov (Korobov, 1974).

⁵ Año en que dichas técnicas comenzaron a emplearse asociadas al diseño minero.

En 1965, Lerchs y Grossman presentan dos algoritmos para resolver el problema del hueco final (Lerchs-Grossman, 1965). El primero está asociado al método de programación dinámica y optimiza cada sección del modelo de bloques en dos dimensiones. Su mayor desventaja consiste en que puede resultar imposible ensamblar las secciones optimizadas. El segundo algoritmo permite resolver el problema en tres dimensiones, parte de un grafo dirigido con pesos y consiste en la búsqueda, entre todos los posibles subgrafos, de aquel cuyo peso asociado (la sumatoria de los pesos de todos los nodos pertenecientes al subgrafo), sea máximo. La complejidad temporal es de $O(n)^3$ donde n es el número de bloques en el modelo y requiere de un cierto rigor matemático.

Existen varias estrategias para implementar el algoritmo de Lerchs y Grossman en el sentido de la teoría de grafos que fueron adoptadas por Lipkewich y Borgman en el libro que publicaron en 1969 (Lipkewich-Borgman, 1969). Su técnica simplifica los cálculos y obtiene resultados bastante aproximados al óptimo pero no tiene la capacidad de manejar las variables restricciones de la inclinación de pared. Ellos aplicaron su método para una restricción general de 45 grados en un modelo de bloques tridimensional. Chen (Chen, 1976), en su artículo, mejoró esta técnica a través de un patrón de búsqueda que retira del grafo de entrada los vértices que incumplen la condición de extracción impuesta por los ángulos de talud, antes del procesamiento.

Como la programación lineal es uno de los métodos más usados para el análisis de operaciones de búsqueda y optimización es lógico que se haya aplicado al problema de encontrar el hueco final. En 1969 Manfred Meyer (Meyer, 1969) propone un modelo de programación lineal mediante una modificación del método Simplex Dual. La complejidad temporal es de $O(n)^3$. En la actualidad algunas herramientas mineras como NPVScheduler del Datamine Studio utilizan el método Simplex Dual para encontrar el hueco final. Básicamente consiste en establecer una serie de inecuaciones que representan las restricciones de minado.

Posteriormente aparecieron algoritmos que transformaron el planteamiento de la teoría de grafos a uno equivalente de flujo máximo en teoría de redes que dan los mismos resultados que el anterior, por ejemplo los que aparecen en el reporte de T. B. Johnson (Johnson, 1968) y en el artículo de Jean-Claude Picard (Picard, 1976). La contribución más importante en esta área fue la adaptación del algoritmo de Dinic, desarrollada en el paquete PITOPTIM por Mario Giannini. Este algoritmo es usado para realizar la optimización del diseño pues permite trabajar el concepto del dinero en el tiempo. Como esta investigación está centrada solamente en la obtención de los límites iniciales de minado y no realiza tareas de optimización de esta índole, queda excluido del análisis.

El incremento de la potencia de los ordenadores ocurrido en las dos décadas posteriores al artículo de Lerchs y Grossman, permitió la aparición en el mercado de Whittle 3-D en 1985, Whittle FOUR-D (Whittle, J., 1993) y Whittle Four-X en 1998 (Whittle, J, 1998). Este último presenta una descripción de dicha variante donde se realiza un análisis paramétrico del modelo de bloques basado en datos económicos. Otros aportes considerables en este campo fueron hechos por M. Lemieux (Lemieux, 2000a; 2000b). El aprovechamiento de la potencia actual de los ordenadores mediante el empleo de algoritmos en el diseño y planificación de explotaciones mineras es importante debido a que permite hacer más dinámico este proceso y brinda diversas variantes de diseño con el objetivo de escoger la que reporte mayor beneficio, según las características específicas del proyecto minero.

De todos los métodos analizados los que más se adaptan al problema de definir los límites iniciales de la explotación son el algoritmo de Lerchs y Grossman (incluyendo las variantes de su implementación en teoría de grafos) y el algoritmo Simplex Dual. Ambos tienen una complejidad temporal de $O(n)^3$ reportada en sus inicios. Un análisis de los modelos matemáticos muestra que el algoritmo Simplex Dual es equivalente paso a paso con el de Lerchs y Grossman para tres dimensiones (Giannini, 1990). Indistintamente pueden ser utilizados los dos para obtener el hueco final. Esta investigación se centrará en el estudio del clásico algoritmo de Lerchs y Grossman para tres dimensiones debido a que ha sido considerado en el mundo minero como un método de referencia con respecto a los demás.

1.4 Descripción de los modelos matemáticos

1.4.1 Problema del Hueco Final

Para aplicar un algoritmo de diseño de minas es necesario contar con el valor neto de cada bloque, teniendo en cuenta la información de los precios y costos de procesamiento, así como otros datos específicos como la ley de corte que son obtenidos del modelo de bloques definido durante la exploración. El problema de encontrar el hueco final se puede representar de la siguiente forma:

Dada m una función de densidad definida para cada punto (x, y, z) en una región tridimensional que contiene el cuerpo mineral donde:

$m(x, y, z)$: Beneficios por unidad de volumen

Luego teniendo $\alpha(x, y, z)$ que denota un conjunto de ángulos que especifican las restricciones de talud para el punto (x, y, z) con respecto a un plano horizontal fijo, para un conjunto de orientaciones dadas (azimuts). Se describe este conjunto α como la variable requerida de pendiente de pared.

Dado φ un conjunto de superficies cuyas pendientes, con respecto al plano horizontal fijo, para cada una de las orientaciones dadas, no exceden el correspondiente ángulo en α y dada v una familia de volúmenes del cuerpo mineral contenido dentro de las superficies φ , el problema del hueco final consiste en encontrar el $V \in v$ que maximiza la integral:

$$\int_V m(x, y, z) \, dx \, dy \, dz$$

Las superficies en φ son los posibles contornos del hueco final. La superficie en φ cuyo volumen es V es llamada el contorno del hueco óptimo (Giannini, 1990).

1.4.2 Algoritmo de Lerchs-Grossman en 2D

El método bidimensional de Lerchs-Grossman permite diseñar la geometría del hueco final. Trabaja sobre cada sección del modelo de bloques, construyendo listas de bloques relacionados que podrían ser explotados, cumpliendo los requerimientos impuestos por los ángulos de talud como se muestra en la figura 4. En cada uno de los bloques del modelo se encuentra su valor neto, si éste fuera explotado y procesado de forma independiente, luego se encuentra el perfil del hueco óptimo al unir los bloques que reportan un valor mayor. Debido a su simplicidad es fácil de programar.

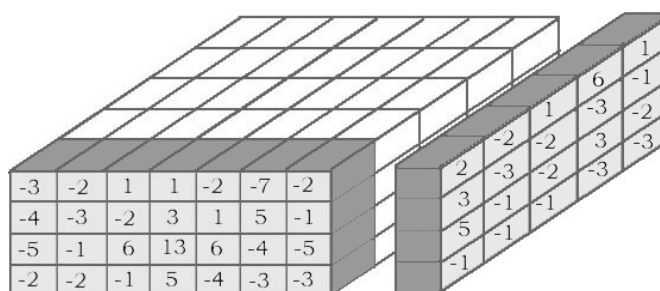


Figura 4. El algoritmo en dos dimensiones trabaja con cada sección del modelo de bloques

Para dar inicio a una explicación práctica se define el siguiente término:

- "Precedentes" de un bloque x : son los tres bloques que existen a la izquierda de un bloque x (cuando el hueco es diseñado de izquierda a derecha, como se muestra en la figura 5).

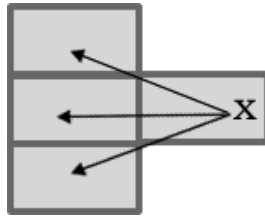


Figura 5. Precedentes de un bloque x.

Para explicar el funcionamiento del algoritmo se muestra en la figura 6 una sección de un modelo de bloques de $J = 9$ columnas con $I = 4$ niveles, con valorización de bloques (negativo cuando el material es estéril y requiere un costo para extraerlo). Se adiciona una fila artificial (0) con costo nulo, con un elemento adicional en la columna $J + 1$ (se ignoran los bloques con color gris).

FASE 1

A partir de las valorizaciones de los bloques $C(i, j)$ de la figura 6, se calcula el valor de $M(i, j)$ con la siguiente expresión:

$$M_{ij} = \sum_{q=1}^i c_{qj} \text{ para } i = 0, \dots, I \text{ y } j = 1, \dots, J$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	1	0	2	-3	-1	-1	-1	-1	
2		-1	-1	3	-1	-1	-1	-1		
3			-2	-1	-1	-1	-1			
4				6	2	2				

Figura 6. Sección con los valores netos $C(i, j)$. Imagen tomada de Geoestadística.com.

La figura 7 muestra el resultado de hallar el beneficio acumulado.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	1	0	2	-3	-1	-1	-1	-1	
2		0	-1	5	-4	-2	-2	-2		
3			-3	4	-5	-3	-3			
4				10	-3	-1				

Figura 7. Sección del modelo de bloques con valores $M(i, j)$. Imagen tomada de Geoestadística.com.

FASE 2

Para todas las columnas desde $j = 2$ hasta $j = j + 1$, se analiza cada bloque añadiéndole el mayor valor de sus precedentes. Se calcula entonces $P(i, j)$.

$$P_{ij} = M(i, j) + \text{Max}(P_{i+r, j-1}) \text{ para } \begin{cases} r = 1, 0, -1 \\ j = 1, \dots, J + 1 \\ i = 0, \dots, I \end{cases}$$

Se debe notar que cuando se trabaja la columna j , la columna $j - 1$ ya ha sido tratada y tiene valores P_{ij} en lugar de M_{ij} . El procedimiento se muestra en la figura 8.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	1	1	3	3	3	3	3	3
1	-1	1	1	3	3	2	2	2	2	
2		-1	0	6	2	1	0	0		
3			-4	4	1	0	-1			
4				6	3	2				

Figura 8. Sección del modelo de bloques con valores $P(i, j)$. Imagen tomada de Geoestadística.com.

FASE 3

En la primera fila se busca el elemento de mayor valor, si hay varios se toma el que se encuentra más a la derecha. Según lo indicado en la fase 2 este valor representaría la evaluación del hueco final encontrado.

FASE 4

Se puede encontrar la solución a partir del bloque de la columna 9, siguiendo al bloque precedente P de mayor valor. El procedimiento se muestra en la figura 9.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	1	1	3	3	3	3	3	3
1	-1	1	1	3	3	2	2	2	2	
2		-1	0	6	2	1	0	0		
3			-4	4	1	0	-1			
4				6	3	2				

Figura 9. Sección del modelo de bloques con valores $P(i, j)$ que representan el hueco final. Imagen tomada de Geoestadística.com.

1.4.3 Algoritmo de Lerchs-Grossman en teoría de grafos

Este algoritmo hace uso del modelo de bloques como un grafo pesado y dirigido, donde cada nodo es un bloque y las aristas representan las restricciones de minado para otros bloques. Por ejemplo, el grafo contiene un arco (x, y) si el minado del bloque “x” es dependiente del minado del bloque “y”. El valor neto del bloque es representado por un vértice apropiado, pesado o débil según la relevancia económica. El algoritmo de Lerchs-Grossman en tres dimensiones resuelve el problema de determinar el hueco final que es equivalente al problema teórico-gráfico de encontrar el cierre de grafo.

El “cierre” de grafo está definido como el juego de vértices del modelo de bloques que representa un volumen potencial tal que, si el vértice “x” es un miembro de este grupo y (x, y) es un arco del gráfico de bloques, el bloque “y” debe ser analizado económicamente pues garantiza el acceso al bloque “x”. Si el vértice “y” cumple igualmente todas las restricciones definidas debe ser miembro del cierre de grafo. Esta definición asegura que el cierre de grafo siempre representa un contorno factible pues el minado respeta las restricciones impuestas por los ángulos de talud. La figura 10 ilustra una sección del modelo de bloques en dos dimensiones para un ángulo de talud de 45 grados. Los vértices “ $-\infty$ ” son usados para fijar los límites de minado.

-5	2	3	1.7	-5
-8.3	7	-4.2	15.7	6.5
1.0	-11.2	3	-9.2	-5.8

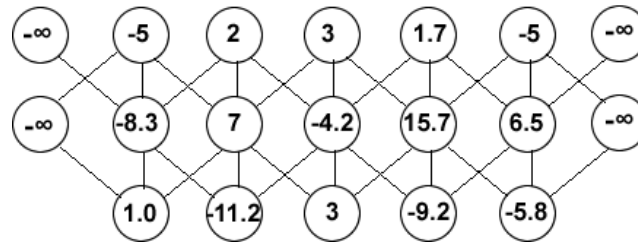


Figura 10. Representación de una sección del modelo de bloques a través de un grafo.

El algoritmo de Lerchs-Grossman en tres dimensiones se puede enunciar de la siguiente forma:

Dado un conjunto de bloques $v(i)$ de valor $m(i)$ que encierra el yacimiento, estos bloques pueden formar un grafo orientado $G(X, A)$, es decir, cada $v(i)$ constituye un vértice $x(i)$ del grafo con un valor $m(i)$ y todos los arcos A están orientados hacia la superficie. Se necesita hallar el cierre $G(Y, A_y)$ tal que la suma de las masas $m(i)$ que lo contienen sea máxima.

$$X_i \in Y \rightarrow \Gamma(x_i) \in Y \text{ con } M = \sum m_i \text{ máximo}$$

Todo vértice X_i que pertenezca a Y (vértices del cierre máximo) implica que el árbol (o ramas) que forman los vértices X_i también pertenezcan a Y .

1.4.4 Desarrollo del algoritmo

El algoritmo empieza con la construcción de un árbol T_0 en G . Luego T_0 es transformado en sucesivos árboles T_1, T_2, \dots, T_n , según determinadas reglas hasta que ya no sea posible ninguna transformación. El cierre máximo está formado por aquellas ramas conocidas del árbol final. La transformación de los sucesivos árboles T_i puede ser realizada teniendo en cuenta ciertas propiedades que se describen a continuación:

- En un árbol con una raíz ficticia X_0 , cada arista ek , es caracterizada por una orientación del arco ek respecto a X_0 .

- Una arista es fuerte (F) cuando la masa que soporta es positiva. A las aristas que no son fuertes se les llama débiles (D).
- El procedimiento de normalización de un árbol consiste en reemplazar los arcos fuertes (X_k, X_e) por un arco que una el vértice final (de este arco fuerte) con el vértice ficticio, es decir (X_k, X_e) y el arco (X_q, X_r) de una arista débil por un arco ficticio (X_o, X_q) . Se repite este procedimiento hasta que todas las aristas fuertes tengan a X_o como extremo (Giannini, 1990).

1.4.5 Aproximación de Lipkewich y Borgman

La simplificación propuesta por Lipkewich y Leon Borgman consiste en tratar a los vértices (bloques económicos) nivel por nivel, se trabaja primero el nivel superior (1º nivel), luego el 1º con el 2º y así sucesivamente.

Pasos del algoritmo

1. Unir mediante una arista todos los vértices del primer nivel a una raíz ficticia y luego determinar las aristas débiles y fuertes en dependencia del valor neto del vértice como se muestra en la figura 11 (I).
2. Normalizar el árbol donde se extraen los bloques únicamente con vértices fuertes como se muestra en la figura 11 (II).

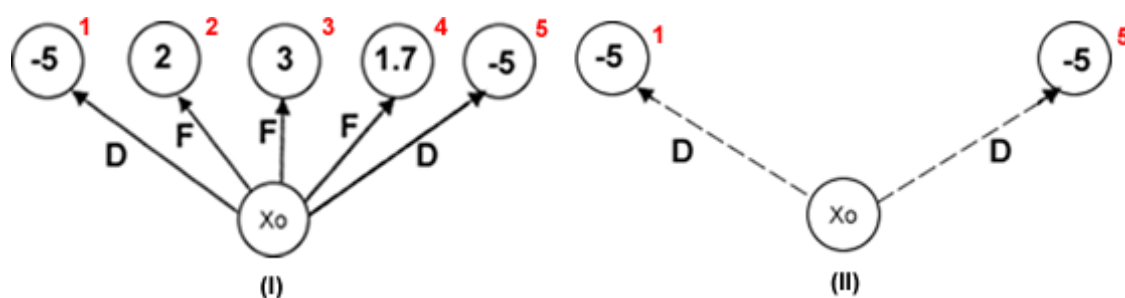


Figura 11. Aproximación de Lipkewich y Borgman.

3. Añadir el segundo nivel, mantener los vértices del nivel anterior que no fueron extraídos y repetir el primer paso como se muestra en la figura 12 (III).

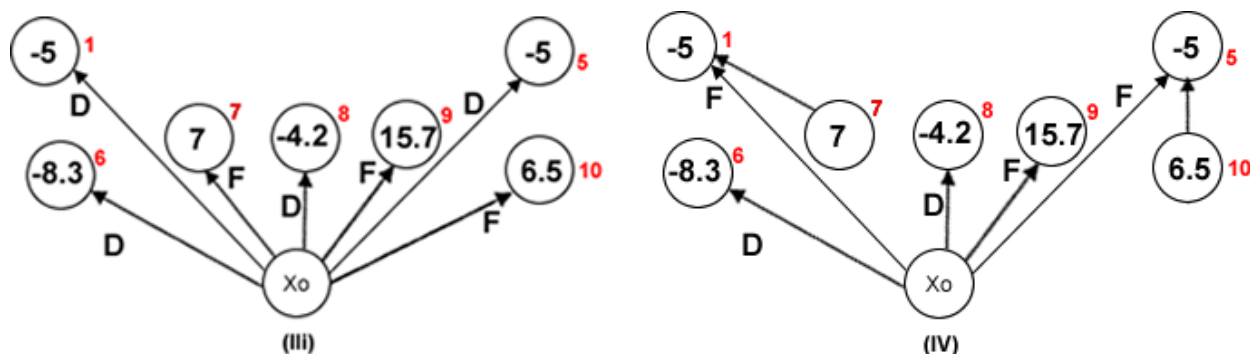


Figura 12. Aproximación de Lipkewich y Borgman, análisis por niveles.

El cuarto paso del algoritmo consiste en buscar en el nivel actual los vértices con aristas fuertes que estén condicionados a la extracción de vértices que no hayan sido eliminados de niveles anteriores. El vértice 7 del segundo nivel tiene una arista fuerte y está condicionado a la extracción del vértice 1 que no fue extraído en el primer nivel por tener una arista débil, esta información está registrada en el grafo inicial. Entonces se puede conectar el vértice 7 al 1 con un arco, y el arco ficticio desde X_0 irá al vértice 1, por lo tanto pasaría a ser fuerte, transformando a $(X_0, 1)$ en una arista positiva fuerte, necesaria a extraer. Del mismo modo, los vértices 9 y 10 están condicionados a la extracción del 5. El vértice 10 puede conectarse al 5 y formará así una masa positiva donde el vértice 5 será fuerte ahora, unido al X_0 por una arista fuerte como se muestra en la figura 12 (IV). Luego de establecer las dependencias se repite el segundo paso para normalizar el árbol.

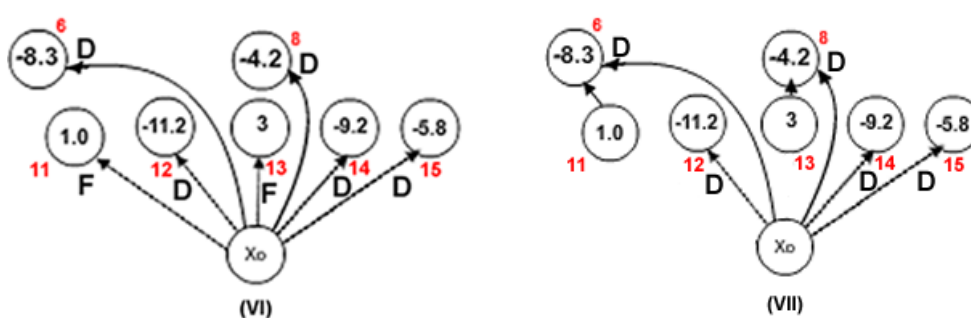


Figura 13. Aproximación de Lipkewich y Borgman, último nivel.

A este resultado se le agrega el siguiente nivel como se muestra en la figura 13 (VI). Luego se repite el cuarto paso para definir las dependencias. Por ejemplo, para extraer el vértice 11 es necesario extraer el 6. Al relacionarlos mediante una arista forman una masa negativa que será unida a X_0 por una arista débil. De igual modo para extraer el vértice 13 es necesario extraer el 8. Ambos forman una masa

negativa que unida al vértice X_0 resulta ser un arco débil como se muestra en la figura 13 (VII). Al llegar a este paso se comprueba que no se pueden realizar más extracciones por no existir aristas fuertes, por lo tanto el fondo del hueco está conformado por vértices negativos. Esto significa que el cierre máximo está formado por los vértices 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 y 10, constituyendo la solución como se muestra en la figura 14.

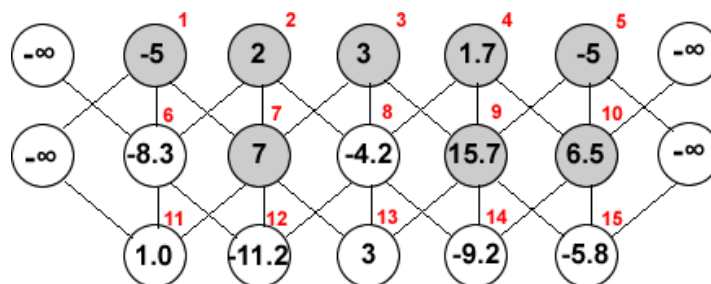


Figura 14. Cierre máximo, solución final a través de teoría de grafos.

1.5 Estructuras de Datos Espaciales

Para realizar el diseño de minas a cielo abierto es común hacer numerosas búsquedas espaciales sobre los bloques distribuidos en el modelo. Los costos computacionales de estas consultas pueden ser realmente altos en dependencia de la cantidad de objetos geométricos que se procesan. Existen estructuras de datos espaciales comúnmente usadas para la representación de objetos tridimensionales, entre las más destacadas se encuentran el BSP-tree, el Octree y el Kd-Tree. El Octree se basa en la subdivisión recursiva de cada nodo del árbol en octantes, partiendo de un cubo y dando como resultado que cada nodo tenga sólo 8 hijos (figura 15). El costo computacional de localizar un elemento es de $O(\log_8 n)$.

Tanto el BSP-tree (Binary Space Partitioning) como el Kd-Tree se basan en la subdivisión del plano en dos regiones construyendo un árbol binario. Esto requiere que sean definidos más niveles en el árbol de búsqueda lo que implica que el análisis desde la raíz hasta el elemento deseado sea más costoso con respecto al método propuesto por el Octree. Por otro lado, cada bloque del modelo representa un cubo que contiene información geológica. La estructura jerárquica que se adapta mejor a este problema es el Octree debido a que mediante la subdivisión recursiva proporciona cajas más ajustadas, por lo tanto es más fácil realizar operaciones de intersección.

Existen variantes de implementación del Octree tradicional, algunas de ellas utilizan punteros y otras no. En la siguiente investigación se utilizó la variante clásica de un Pointer Octree (P. Brunet, 1999). En

esta estructura cada nodo interno tiene 8 punteros hacia sus nodos hijos. Las hojas no tienen ningún puntero, sólo la información correspondiente del objeto. Su principal ventaja es que permite reducir los requerimientos de almacenamiento e incluye técnicas para optimizar las búsquedas espaciales como por ejemplo, encontrar los elementos vecinos (Tiankai Tu, 2003).

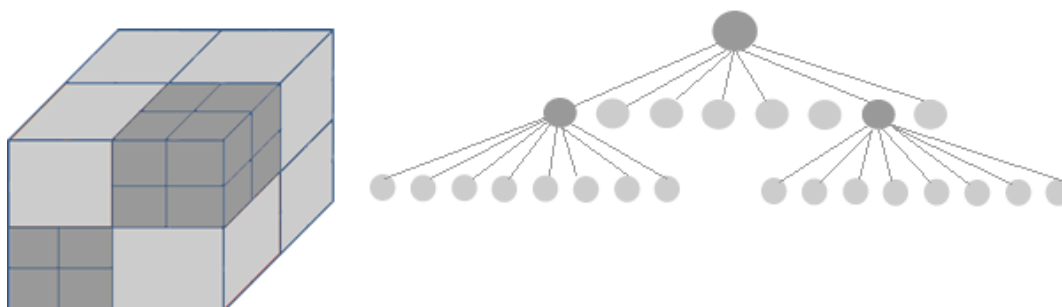


Figura 15. Subdivisión del espacio tridimensional a través del Octree.

1.6 Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se resumen las técnicas principales existentes para resolver el problema del hueco final y los algoritmos asociados a cada una. En este sentido hay que mencionar que el algoritmo Simplex Dual es equivalente paso a paso con el algoritmo de Lerchs-Grossman en teoría de grafos, por lo tanto ambos pueden utilizarse indistintamente para obtener los límites iniciales de la explotación. La investigación queda centrada en el algoritmo de Lerchs-Grossman y sus variantes por ser considerado como una referencia con respecto a otros métodos. En este capítulo también se propone el uso de un Octree como una estructura de datos jerárquica que permite optimizar las búsquedas espaciales.

CAPÍTULO 2: DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA

Entre todas las técnicas disponibles para determinar el hueco final, la del algoritmo de Lerchs-Grossman en tres dimensiones es la solución clásica que se acepta como referencia para comparar los resultados obtenidos con los demás métodos, desde su postulación en 1965. Trabajos posteriores a su publicación aportan diversas estrategias que mejoran considerablemente su funcionamiento, como la variante presentada por Lipkewich y Borgman en 1969 y el algoritmo de Chen en 1977, que han sido tomadas en cuenta para la propuesta de un algoritmo que permita realizar el diseño de minas a cielo abierto.

2.1 Algoritmo para el diseño de una mina a cielo abierto

El método de Lerchs y Grossman en programación dinámica analizado en el capítulo 1 (Algoritmo de Lerchs-Grossman en 2D) tiene como desventaja que está limitado precisamente a dos dimensiones y que la mayor parte de las veces resulta imposible ensamblar cada sección optimizada del modelo de bloques y respetar a la vez las restricciones impuestas por los ángulos de talud. El método en teoría de grafos (Algoritmo de Lerchs-Grossman en teoría de grafos) resuelve este problema para tres dimensiones y brinda una solución bastante confiable pero implica investigar los arcos una gran cantidad de veces, lo que depende del número de vértices existentes. La construcción del grafo asociado para representar el modelo y las búsquedas que realiza lo convierten en una técnica compleja en cuanto al almacenamiento y manipulación de los datos geológicos, particularmente cuando es aplicado en yacimientos de gran dimensión.

Desde la publicación de este algoritmo, numerosos autores han considerado los problemas asociados a su implementación como por ejemplo T. Chen (Chen, 1976), Michael P. Lipkewich y Leon Borgman (Lipkewich-Borgman, 1969), Robert H. Robinson (Robinson, 1975), Ed Rychkun y J. Chen (Rychkun-Chen, 1979) y luego G. G Alford y J. Whittle (Alford-Whittle, 1986). Todos estos autores reportaron las exigencias de este algoritmo en cuanto al tiempo excesivo que demoraba en el procesamiento de modelos con alrededor de 500 000 bloques. A partir de una publicación de Michael P. Lipkewich y Leon Borgman, se pudo obtener una variante de aplicación de la teoría de grafos que simplifica el número de cálculos y obtiene resultados bien aproximados al óptimo. La técnica consiste en analizar el modelo nivel por nivel, comenzando por la superficie e ir podando del modelo inicial los bloques cuya

extracción sea económicamente rentable, factor que permite obviar de análisis posteriores todos los nodos que cumplen esta condición (Aproximación de Lipkewich y Borgman). De esta forma se reduce la cantidad de elementos a procesar en niveles inferiores.

Posteriormente T. Chen (Chen, 1976) propone una técnica conocida como Patrón de Búsqueda Mínima. Este procedimiento tiene en cuenta los ángulos de talud en diferentes direcciones para fijar los límites geométricos del hueco y representar las dependencias de los bloques superiores con respecto a los de menor nivel para su extracción. La ventaja principal de este algoritmo consiste en que reduce el tiempo de las búsquedas al descartar todos los bloques que no cumplan la condición, antes de aplicar un algoritmo de diseño y optimización de minas a cielo abierto.

El método propuesto para solucionar el problema del hueco final mediante la implementación de un algoritmo para el diseño de minas a cielo abierto consiste en extender estas ideas a través de los siguientes procedimientos:

1. El Patrón de Búsqueda Mínima que permite obtener los límites geométricos del hueco y excluir los bloques que no cumplan las restricciones impuestas por los ángulos de talud.
2. El método de Lerchs-Grossman en tres dimensiones que permite obtener posibles volúmenes de material cuyo minado es rentable.
3. La simplificación propuesta por Lipkewich y Borgman de tratar a los bloques económicos nivel por nivel en orden descendente e ir haciendo la extracción de aquellos que cumplan el umbral establecido.
4. Usar un Octree como estructura de datos jerárquica para optimizar las consultas y búsquedas espaciales.

2.2 Creación del modelo de bloques

Una de las entradas del algoritmo para el diseño de minas y del Patrón de Búsqueda Mínima es el modelo de bloques (ver Anexo I), confeccionado con los datos obtenidos durante las campañas de exploración y sondajes. Los parámetros que son necesarios para su creación se recogen en la tabla 3.

XORIG	Coordenada este del origen del modelo
YORIG	Coordenada norte del origen del modelo
ZORIG	Coordenada z del origen del modelo que representa la altura
NX	Cantidad de bloques en el vector X
NY	Cantidad de bloques en el vector Y
NZ	Cantidad de bloques en el vector Z
BX	Dimensión del bloque en el eje X
BY	Dimensión del bloque en el eje Y
BZ	Dimensión del bloque en el eje Z
XC	Coordenada X del centro del bloque
YC	Coordenada Y del centro del bloque
ZC	Coordenada Z del centro del bloque
Taludes	Ángulos de talud en las diferentes direcciones.

Tabla 3. Parámetros para la creación de un modelo de bloques.

Para cada bloque se definen parámetros geofísicos y económicos que permitirán la creación del Modelo de Bloques Económico y su valorización. Los datos se recogen en la tabla 4.

Litología	Tipo de roca
Ley	Ley del producto o de los productos que contiene el bloque.
Valor Neto	Valor neto del bloque.
Densidad	Densidad por unidad de volumen.
Productos	Minerales presentes en cada roca.

Tabla 4. Parámetros asignados a cada bloque del modelo.

Para identificar un bloque dentro del modelo se usa el sistema mostrado en la figura 16.

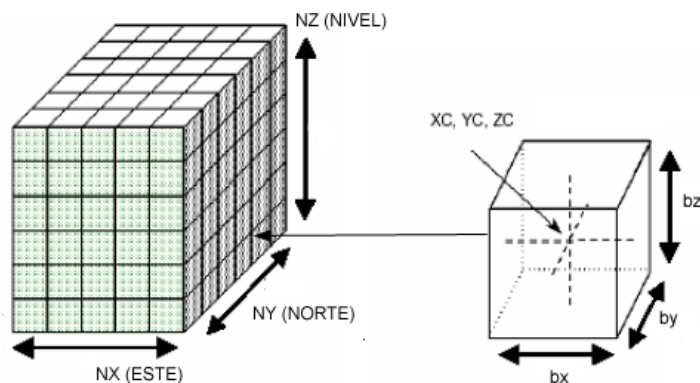


Figura 16. Representación de un bloque espacialmente. Tomado de Datamine_TM Datamine Studio 3.

2.3 Ángulos de talud

Para obtener el diseño de una mina a cielo abierto es necesario tener en cuenta dos parámetros fundamentales:

- Dependencias funcionales de un bloque con respecto a los que se encuentran por encima de él. Se utiliza como control de taludes.
- Valor neto de los bloques.

Los ángulos de talud son los parámetros geométricos más significativos en la explotación a cielo abierto debido a que garantizan la estabilidad de cada uno de los sectores comprometidos, para lo cual se requiere mantener una geometría de diseño óptima, es decir, que permita un máximo beneficio económico en función de un mínimo factor de riesgo de que ocurra algún siniestro geomecánico. Una variación del talud genera dos efectos directos:

- Cambios en la estabilidad del talud durante la explotación.
- Cambios en los beneficios económicos de la explotación pues puede incidir en la extracción de millones de toneladas de desmonte adicionales o en perder millones de reservas.

Para extraer un bloque de valor económico positivo el algoritmo tradicional genera un cono invertido, donde la superficie lateral del cono representa el ángulo de talud global. Los requisitos de la pendiente

de pared de cada bloque se describen mediante un conjunto (normalmente 4-8) de pares de azimut-profundidad en cada una de las 8 posiciones cardinales (N, NE, E, SE, S, SW, W y NW). El ejemplo más común es usar un ángulo de talud de 45° en el caso de bloques de $n \times n \times n$ dimensiones que corresponde a establecer las dependencias con los nueve bloques que se encuentran por encima de él, como se muestra en la figura 17.

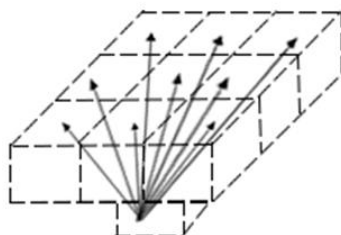


Figura 17. Dependencias de un bloque con los del nivel superior para su extracción.

En resumen, los efectos del cambio en el ángulo de talud se ven claramente reflejados en la relación estéril-mineral de la explotación y puede significar la no viabilidad del proyecto, por lo que el valor definido para este parámetro debe ser lo más confiable posible. No necesariamente tendrá que existir un ángulo de talud único, sino que en dependencia de las rocas presentes, estructuras u orientaciones podrá existir más de un valor óptimo en distintos sectores de la mina. A partir de esta información se puede identificar para cada bloque x el conjunto de S_x bloques que deben ser removidos antes de que el bloque x pueda ser extraído. Esta colección de bloques S_x , normalmente se conoce como un "cono".

2.4 Estrategias para el desarrollo del algoritmo de diseño de minas a cielo abierto. El Patrón de Búsqueda Mínima

Para desarrollar el algoritmo de Lerchs y Grossman en tres dimensiones es requerido un método que genere el mínimo número de bloques teniendo en cuenta las restricciones que imponen los ángulos de talud. El concepto de Patrón de Búsqueda Mínima ha sido tratado en la literatura minera por autores como Lipkewich y Borgman en 1969, por Chen en 1976 y más tarde por Louis Caccetta y Lucas Giannini en 1998. Un patrón de búsqueda, relativo a un vértice en un nivel determinado, consiste en encontrar los bloques superiores condicionantes para poder extraer los de menor nivel. La elevación de un nivel se considera como banco en la industria minera. Los bancos están separados por una distancia de H unidades referida a la altura del bloque.

Las entradas de dicho algoritmo están dadas por el nivel hasta el cual se necesita descender, el modelo de bloques, el ángulo de talud α en las diferentes direcciones de azimut y un parámetro que hará función de umbral para maximizar los beneficios. Si se toma como punto de partida un bloque a un nivel determinado y se repite dicho procedimiento hasta alcanzar el nivel 0 (representa la superficie del terreno), se obtiene un conjunto de bloques formando el patrón geométrico de un cono invertido donde la superficie lateral del cono representaría la inclinación global de pared, como muestra la figura 18. Los elementos que queden fuera del dominio definido por el cono podrán ser eliminados al violar el criterio de inclinación (ver Anexo II).

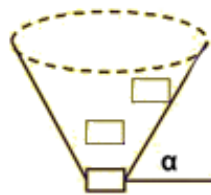


Figura 18. Patrón de Búsqueda Mínima relativo a un bloque.

Con el objetivo de realizar la optimización en tres dimensiones, avanzando nivel por nivel, es necesario establecer una función matemática que defina al cono. Para representar un bloque en el espacio se tienen en cuenta sus dimensiones a lo largo de los ejes x, y, z y las coordenadas del centroide como se muestra en la figura 19. Una vez definida la raíz del modelo y el nivel hasta el cual se irá a descender se puede determinar la altura global h (figura 19). Para encontrar los anillos por niveles basta con hallar el radio y las coordenadas del centro mediante la siguiente función:

$$\tan \alpha = \frac{r}{h}$$

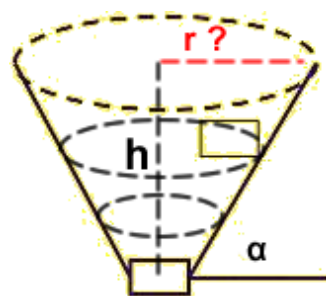


Figura 19. Anillos por niveles que definen un cono invertido.

Una vez que sean definidas las coordenadas de los anillos para cada nivel, el Patrón de Búsqueda Mínima podrá mostrar como salida todos aquellos bloques cuyos centroides estén incluidos dentro del

dominio establecido por el cono. De esta forma se pueden obviar los restantes reduciendo la cantidad de elementos en el modelo. Es una estrategia efectiva para la implementación de un algoritmo que permita el diseño de minas a cielo abierto en depósitos de gran dimensión y complejidad y su posterior optimización.

2.5 Pseudo Códigos de los principales procedimientos

El siguiente procedimiento permite calcular el radio de un anillo del cono de restricción a un nivel determinado. El patrón geométrico de un cono invertido se forma a partir de un bloque en la raíz y el ángulo de talud establecido como restricción para garantizar su extracción hasta la superficie.

PROCEDIMIENTO CALCULAR_RADIO_CONO_RESTRICCION _C

Inicialización

–Sea S el ángulo de talud global.

–Sea H un valor de altura.

begin

radio $\leftarrow H * \tan(S)$

return radio

end

El procedimiento que aparece a continuación permite calcular el nivel hasta el cual hay que llegar para extraer un bloque, donde la entrada es el radio del primer anillo del cono que representa la superficie.

PROCEDIMIENTO CALCULAR_ALTURA_CONO_RESTRICCION _C

Inicialización

–Sea S el ángulo de talud global.

–Sea R el radio de un anillo del cono de restricción.

begin

altura $\leftarrow R / \tan(S)$

return altura

end

El tercer procedimiento permite establecer los anillos del cono desde la superficie hasta un nivel específico respetando el ángulo de talud. Para cada anillo se guardan las coordenadas del centro y el radio.

PROCEDIMIENTO DEFINIR_ANILLOS_CONO_RESTRICCION _C

Inicialización

- Sea S el ángulo de talud global.
- Sea R el radio de un anillo del cono de restricción.
- Sea H la altura relativa a un radio del cono.
- Sea C un vector que representa las coordenadas x, y, z del centro de un anillo del cono.
- Sea Sc un conjunto de circunferencias $Sc = \{Circ_1, Circ_2, \dots, Circ_n\}$
- Sea Circ una circunferencia representada por el radio y las coordenadas del centro.
- Sea N la cantidad de niveles o bancos sobre los cuales se construye el cono.
- Sea V la altura de un bloque.
- Sea Z la coordenada z de la esquina máxima del cubo.

begin

```

C1 ← Circ(R, C)           // Creando la primera circunferencia del cono de restricción
Sc ← {C1}                // Inicialmente Sc contendrá el anillo que representa la base del cono
height ← H
zlevel ← Z – V/2
za ← zlevel
C[2] ← zlevel            // Modificando la coordenada z del centro
for i ← 0 to N step 1 do

```

```

begin
    heigth ← heigth – Z
    za ← za – V
    C[2] ← za
    new_radio ← CALCULAR_RADIO_CONO_RESTRICCION (S, heigth)
    C1 ← Circ(new_radio, C)
    Sc ← Sc U {C1}           // Agregando un anillo al conjunto
end
return Sc
end

```

El último procedimiento permite evaluar si un bloque específico pertenece al cono establecido para garantizar la extracción de un bloque que se encuentra en un nivel inferior.

PROCEDIMIENTO EVALUAR_POSICION_BLOQUE_CON_CONO_RESTRICCION _C

Inicialización

- Sea V1 un vector que representa las coordenadas x, y, z del primer vértice de la base de un bloque
- Sea V2 un vector que representa las coordenadas x, y, z del segundo vértice de la base de un bloque.
- Sea V3 un vector que representa las coordenadas x, y, z del tercer vértice de la base de un bloque.
- Sea V4 un vector que representa las coordenadas x, y, z del cuarto vértice de la base de un bloque.
- Sea R el radio de un anillo del cono que representa el nivel al cual está el bloque analizado.
- Sea C un vector que representa las coordenadas x, y, z del centro del anillo del nivel del bloque.

begin

```

    flag ← false
    vertice1 ← (V1[0] – C[0])2 + (V1[1] – C[1])2

```

$$\text{vertice2} \leftarrow (V2[0] - C[0])^2 + (V2[1] - C[1])^2$$
$$\text{vertice3} \leftarrow (V3[0] - C[0])^2 + (V3[1] - C[1])^2$$
$$\text{vertice4} \leftarrow (V4[0] - C[0])^2 + (V4[1] - C[1])^2$$
$$\text{potencia} \leftarrow (R)^2$$

if ($\text{vertice1} < \text{potencia}$) **or** ($\text{vertice2} < \text{potencia}$) **or** ($\text{vertice3} < \text{potencia}$) **or** ($\text{vertice4} < \text{potencia}$)

then $\text{flag} \leftarrow \text{true}$

endif

return flag

end

2.6 Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se describen las estrategias propuestas para resolver el problema del hueco final. Aplicar el Patrón de Búsqueda Mínima antes de realizar el proceso de diseño y optimización de minas a cielo abierto tiene como ventaja principal que permite descartar de análisis posteriores todos los bloques que no cumplan la condición de los ángulos de talud, reduciendo considerablemente la cantidad de elementos dentro del modelo. La técnica de analizar la zona geológica de interés nivel por nivel permite reducir el rigor matemático del algoritmo propuesto inicialmente por Lerchs y Grossman en teoría de grafos, mientras que la metodología de asignación de parámetros a los bloques permite generar un inventario mineralizado del yacimiento.

CAPÍTULO 3: ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El Patrón de Búsqueda Mínima y la variante propuesta por Lipkewich y Borgman, basada en el algoritmo de Lerchs-Grossman en teoría de grafos, han demostrado ser eficientes en el trabajo con modelos de bloques de gran dimensión para la obtención de los límites geométricos de la mina. Paralelamente el uso de un Octree como estructura de datos jerárquica permite optimizar considerablemente el tiempo asociado a las búsquedas espaciales. En el presente capítulo se hace un análisis de los resultados obtenidos a partir de pruebas realizadas a los algoritmos que han sido propuestos en la investigación.

3.1 Herramienta para el análisis de los resultados

Con el objetivo de realizar pruebas prácticas que permitan mostrar la efectividad de los algoritmos propuestos para la obtención de los límites geométricos de la mina y la representación de los bloques del modelo tridimensional, se desarrolló una aplicación (figura 20) utilizando el lenguaje de programación C/C++. Las pruebas fueron hechas en una estación de trabajo con el sistema operativo Ubuntu 11.10, con 1 GB de memoria RAM y un procesador Celeron a 2.60 GHz de velocidad. La aplicación permite la creación de un modelo de bloques, para lo cual se deben definir las dimensiones del modelo, las coordenadas de origen y las dimensiones del bloque. Permite visualizar los límites del mayor cono inscrito dentro de la región geológica teniendo en cuenta los ángulos de talud, así como la generación o lectura de parámetros relacionados con la valorización de los bloques, útil en el trabajo y experimentación con datos reales.

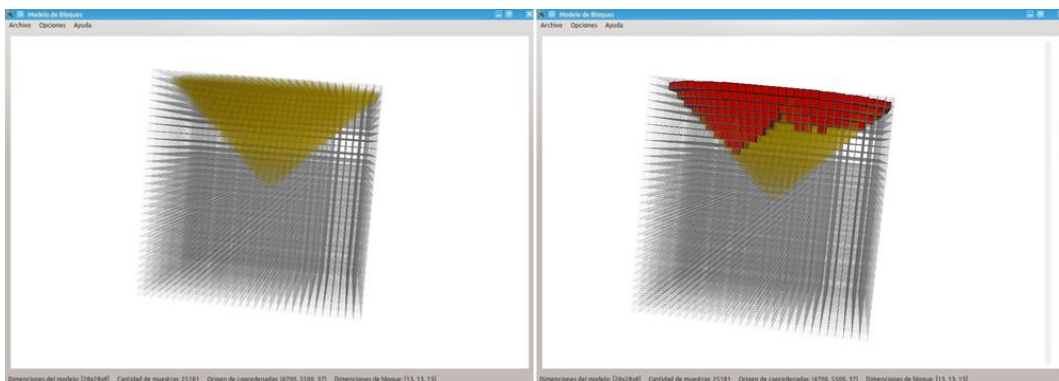


Figura 20. A la izquierda, corrida del Patrón de Búsqueda Mínima. A la derecha, conjunto de bloques dentro de los límites de la explotación teniendo en cuenta su valorización.

Como se muestra en la figura anterior, todas las opciones que brinda la aplicación se realizan estableciendo una interactividad visual con el usuario de manera que se pueden apreciar en todo momento los cambios y las operaciones realizadas sobre el modelo. La figura de la izquierda muestra los límites establecidos por el mayor cono inscrito dentro de la zona geológica, el cual está definido por el ángulo de talud global. La figura de la derecha muestra todos los bloques que están dentro de los límites iniciales del hueco cuya explotación paga su extracción desde niveles inferiores hasta la superficie. Este es el paso inicial del diseño de minas pues el proceso posterior es la optimización de la explotación valorando la fluctuación del dinero en el tiempo.

3.2 Pruebas y comparaciones

Para demostrar la efectividad de los algoritmos propuestos se hicieron corridas de la aplicación con datos reales de valor neto, tomados de casos de estudio asociados al diseño y optimización de minas a cielo abierto y en una prueba con datos generados de forma aleatoria. En el apartado 3.2.1 se muestran algunas tablas que ilustran los resultados obtenidos luego de aplicar el Patrón de Búsqueda Mínima y el algoritmo de Lipkewich y Borgman sobre diferentes modelos de bloques, variando algunos parámetros de entrada como los ángulos de talud.

3.2.1 Validación del Patrón de Búsqueda Mínima y del algoritmo de Lipkewich y Borgman

La tabla 5 muestra los resultados obtenidos mediante la aplicación del Patrón de Búsqueda Mínima (PBM) conjuntamente con el algoritmo de Lipkewich y Borgman (LB). El caso de estudio consiste en un modelo de bloques de 55 x 58 x 32, donde la dimensión de cada bloque es de 10 x 10 x 10. Se analizan los bloques valorizados según el mineral presente en ellos, en este caso, Cobre y Oro, a partir del valor neto que aporta cada uno (muestras cargadas de un fichero). Para demostrar la eficiencia de los algoritmos se hace una variación de los ángulos de talud lo cual permite visualizar diferentes alternativas de producción. La primera prueba que se hace está relacionada con el porcentaje de reducción de bloques.

Modelo de Bloques	Dimensiones del bloque	10 x 10 x 10	
	Dimensiones del modelo	55 x 58 x 32	
	Cantidad de bloques	102 080	
Obtención de los límites de la explotación	Ángulo de Talud Global	50°	55°
	Cantidad de bloques dentro del cono (PBM)	20 808	17 628
	Cantidad de bloques dentro del hueco final (LB)	16 328	11 060
	Porcentaje de reducción de los bloques	84.00 %	89.16 %

Tabla 5. Reducción de bloques (Patrón de Búsqueda Mínima con el algoritmo de Lipkewich y Borgman).

Nótese que la entrada de este caso de estudio es de 102 080 bloques en el modelo. Tras una corrida del Patrón de Búsqueda Mínima combinado con el algoritmo de Lipkewich y Borgman para diferentes ángulos de talud de 50 y 55 grados, se establecen los límites iniciales de la explotación y se reduce la cantidad de bloques en un 84.00 % y 89.16 % respectivamente, al excluir del modelo inicial todos aquellos que no cumplen la restricción de minado y cuya extracción no sea económicamente rentable (ver Anexo III).

El segundo caso de estudio parte de un modelo 30 x 30 x 30, donde la dimensión de los bloques es de 10 x 10 x 10. Se prueba para un ángulo de talud de 45 grados. De igual forma que en el caso anterior, se analizan los bloques valorizados según el mineral presente en ellos (Cobre y Oro) a partir del valor neto que aporta cada uno (muestras cargadas de un fichero). La prueba está relacionada con la maximización de beneficios al encontrar el volumen de mineral cuya explotación es económicamente rentable (tabla 6).

Modelo de Bloques	Dimensiones del bloque	10 x 10 x 10
	Dimensiones del modelo	30 x 30 x 30
	Cantidad de bloques	27 000
Obtención de los límites de la explotación	Ángulo de Talud Global	45°
	Valorización del modelo inicial	\$ -25 864 260,36
	Valorización de los bloques dentro del cono (PBM)	\$ 4 248
	Valorización de los bloques dentro del hueco final (LB)	\$ 340 490,8

Tabla 6. Maximización de beneficios mediante el algoritmo de Lipkewich y Borgman.

Nótese que la entrada de este caso de estudio es de 27 000 bloques. Inicialmente cuando se calcula el beneficio acumulado del modelo, antes de aplicar los algoritmos propuestos, se obtiene un valor negativo grande que representa pérdida para el proyecto, por lo tanto no es rentable la explotación. Lo anterior es lógico debido a que se está contabilizando tanto el material estéril como el bloque con mineral. La idea es encontrar el volumen inicial, posible a minar, cuya extracción sea rentable, eliminando los bloques estériles que reporten pérdidas. Luego de aplicar el Patrón de Búsqueda Mínima combinado con el algoritmo de Lipkewich y Borgman se puede maximizar el beneficio a \$ 340 490,8 respetando en todo momento los ángulos de talud que establecen las restricciones de minado.

El tercer caso de estudio parte de un modelo 40 x 40 x 40, donde la dimensión de los bloques es de 10 x 10 x 10. Se prueba para un ángulo de talud de 45 grados. El valor neto de los bloques se genera de forma aleatoria. La prueba está relacionada con el tiempo de ejecución del Patrón de Búsqueda Mínima y del algoritmo de Lipkewich y Borgman (tabla 7).

Modelo de Bloques	Dimensiones del bloque	10 x 10 x 10
	Dimensiones del modelo	40 x 40 x 40
	Cantidad de bloques	64 000
Obtención de los límites de la explotación.	Ángulo de Talud Global	45°
	PBM (Tiempo de ejecución en segundos)	21, 36 s
	LB (Tiempo de ejecución en segundos)	176, 8 s

Tabla 7. Tiempo de ejecución del Patrón de Búsqueda Mínima y del algoritmo de Lipkewich y Borgman.

La entrada inicial para este caso de estudio es de 64 000 bloques. Tras una corrida del Patrón de Búsqueda Mínima se obtiene un tiempo de ejecución de 21,36 segundos. Luego de aplicar el algoritmo de Lipkewich y Borgman se obtiene un tiempo de 176,3 segundos. Nótese que el tiempo que demora en ejecutarse este último es relativamente pequeño teniendo en cuenta la cantidad de elementos que debe procesar (64 000 bloques).

3.3 Análisis de la complejidad temporal

Los modelos de bloques geológicos representan la conceptualización de un depósito mineral modelado mediante una matriz tridimensional de celdas (Hanna, 2000), donde cada celda constituye una región de un depósito mineral y en ella se almacena la información geotécnica. Para realizar el proceso de diseño de minas a cielo abierto es necesario recorrer el arreglo multidimensional y evaluar si un bloque está contenido total o parcialmente dentro del cono definido por el ángulo de talud. El costo computacional de recorrer el arreglo multidimensional es $O(n^3)$ y el costo de evaluar la posición de un bloque con respecto al cono es $O(n)$, siendo $O(n^4)$ el costo total del Patrón de Búsqueda Mínima.

Igualmente el algoritmo para la obtención de los límites del hueco requiere recorrer el arreglo multidimensional para encontrar los bloques ubicados a una altura de banco similar. Para cada bloque obtenido por nivel con valor neto positivo se investigan los bloques superiores condicionantes que posibilitan su extracción. Dicha búsqueda implica recorrer nuevamente todos los bloques del conjunto. Posteriormente se realiza un análisis del arreglo de bloques obtenido teniendo en cuenta criterios económicos para determinar si es factible la extracción del cono. De esta forma aumenta

drásticamente la complejidad temporal del procedimiento en general. El diseño de un hueco es un proceso iterativo que implica muchos criterios, exigencias y objetivos a considerar.

Para optimizar el tiempo de procesamiento en la operación de diseño de minas a cielo abierto se utilizó un Octree que almacena el modelo de bloques geológico. Como las celdas están indexadas espacialmente no es necesario consultar todos los elementos para realizar una búsqueda. El tiempo de ejecución para localizar un elemento en un Octree implementado mediante el uso de apuntadores y nodos es de $O(\log_8 n)$, donde n es la cantidad de nodos en el modelo, por lo que el uso de dicha estructura de datos jerárquica es una de las propuestas principales del presente trabajo.

Queda justificado el empleo de un Octree para la construcción y procesamiento del modelo de bloques si se tiene en cuenta que éste basa su implementación en una descomposición recursiva del espacio que no sólo facilita la implementación de un algoritmo de búsqueda, sino que reduce el costo de ésta en cuanto al tiempo de ejecución. Esto se debe fundamentalmente a que en un Octree todos los bloques ubicados a un nivel n son bloques vecinos.

La tabla 8 ilustra mejor la comparación de complejidades temporales respecto al uso de un arreglo multidimensional. Resulta evidente que la utilización de un Octree es más eficiente.

Operaciones	Octree	Arreglo multidimensional
Encontrar un bloque X.	$O(\log_8 k)$	$O(n^3)$
Encontrar los vecinos del bloque X.	$O(n \log_8 k)$	$O(n^3)$
Evaluar la posición relativa de un bloque con respecto al cono.	$O(n^2 \log_8 k)$	$O(n^4)$

Tabla 8. Complejidad temporal de los procedimientos.

Donde:

- k : Cantidad de nodos del árbol.
- n : Cantidad de bloques del modelo en el nivel del bloque buscado.

3.4 Conclusiones del capítulo

La principal ventaja de los algoritmos propuestos para la obtención de los límites del hueco es que, combinados, permiten asegurar una reducción de los elementos en el modelo inicial. Este factor es importante para mejorar el rendimiento y la rapidez del proceso en el trabajo con modelos geológicos de gran dimensión. Los elementos obtenidos dentro de los límites de la explotación serán la entrada para el proceso de optimización de la producción que se realiza en fases posteriores, el cual permitirá escoger la secuencia de bloques que genere el mayor beneficio en el tiempo.

El proceso de selección del mejor esquema se realiza mediante la modificación de los parámetros de entrada, como cambios en la valorización del bloque o en el talud. Este procedimiento arroja diversas alternativas de minado. La variación del talud en un solo grado, por ejemplo, genera un efecto directo en los beneficios económicos de la explotación pues puede incidir en la extracción de millones de toneladas de desmonte adicionales. Una mala selección de los parámetros de entrada puede representar una pérdida en los ingresos de un proyecto minero.

CONCLUSIONES

- Después de analizar todas las técnicas existentes para obtener el hueco final, se propone utilizar la aproximación de Lipkewich y Borgman, basada en el clásico algoritmo de Lerchs-Grossman para tres dimensiones. Esta es combinada con el Patrón de Búsqueda Mínima para reducir la cantidad de elementos del modelo.
- La adecuada selección y uso de una estructura de datos espaciales como el Octree, que sirva de base estructural del modelo de bloques, permite reducir el costo de las operaciones de búsqueda, en comparación con el uso de un arreglo multidimensional.
- La selección y modificación de los parámetros de entrada por el usuario permiten realizar un análisis de sensibilidad para elegir la mejor alternativa, de esta forma se evita que en un proyecto real exista una pérdida de millones de reservas o se realice la extracción de toneladas adicionales de material estéril.
- La implementación del algoritmo propuesto es el primer paso para incluir el proceso de diseño y optimización de minas a cielo abierto a una herramienta minera cubana que siga el principio de total independencia tecnológica.

RECOMENDACIONES

- Implementar un algoritmo asociado al método de flujo máximo y teoría de redes que sea combinado con los propuestos en esta investigación para realizar una maximización de los beneficios económicos teniendo en cuenta la variación del dinero en el tiempo que dure la explotación.
- Incrementar la eficiencia del algoritmo en cuanto al tiempo de ejecución y el costo en memoria mediante la utilización de la programación concurrente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALFORD-WHITTLE. *Application of Lerchs-Grossman pit optimization to the design of open pit mines. Symposium 48.* Australasian Institute of Mining and Metallurgy 1986. 201-207.
2. ARMSTRONG, D. *Surface Mining.* Colorado, Inc Society for Mining, Metallurgy and Exploration 1990. p.
3. CAI, W. *Application of Network Flow and Zero-one Programming to Open-pit mine Design Problems.* Department of Mining and Geological Engineering Arizona, The University of Arizona, 1989. 28-33. p.
4. COLÉOU, T. *Technical Parameterization for Open Pit Design and Mine Planning.* 21st APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers (AIME), 1998. 65-72 p.
5. CHEN, T. *3-D Pit Design with Variable Wall Slope Capabilities.* Proceeding 14 th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers, New York, 1976. 615-625 p.
6. DATAMINE_TM. *Conceptos básicos en el diseño de minas a cielo abierto.*, 2003.
7. FRANCOIS-BONGARCON , D. G. *Parametization of Optimal Designs of an Open Pit Beginning of a New Phase of Research.* AIME, 1984.
8. GEOESTADISTICA.COM. *Diseño de Minas a Cielo Abierto*, 2008. [Disponible en: <http://geoestadistica.com/disenominaopenpit.htm>]
9. GIANNINI, L. M. *Optimum Design of Open Pit Mines.* School of Mathematics and Statistics. Australia, Curtin University of Technology, 1990. p.

10. HANNA, J. *Geological Interpretation for Resource Estimation*. 2000. p. *The Resource Database Towards*.
11. HERNÁNDEZ, T. M. *Impacto Sociocultural de la industria minera en Moa. Propuesta de estrategia para su promoción.: Contribuciones a las Ciencias Sociales*. Málaga, España, Universidad de Málaga, 2011.
12. JOHNSON. *Optimum Open Pit Mine Production Scheduling. A decade of digital computing in the mineral industry*. WEISS, A., 1968. 539-562.
13. KIM, Y. C. *Open-Pit Limits Analysis: Technical Overview*. New York, 1979. 297-303.
14. KOROBOV *Methods for Determining Optimal Open Pit Limits*, 1974.
15. KUCHTA, W. H. Y. M. *Open Pit Mine, Planning and Design*. Rotterdam, 1995. p.
16. L. CACCETTA, L. M. G. A. P. K. *Application of Optimization Techniques in Open Pit Mining*. Proceedings of the Fourth International Conference on Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98) Curtin University of Technology : Perth, Australia, 1998a. 414-422 p.
17. L. CACCETTA, P. K. A. L. M. G. *Open Pit Mine Production Scheduling*. Computer Applications in the Minerals Industries International Symposium (3rd Regional APCOM), Australia, 1998b. 65-72 p.
18. LEMIEUX, M. *Moving Cone Optimization Algorithm*. Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME, 1979. 329-345 p.
19. LEMIEUX, M. *Parametric analysis in surface-mine reserve definition: the inherent error and its correction*. *Mining Engineering*, 2000a. 57-64.
20. LEMIEUX, M. *Surface mine reserve definition and the high-grading fallacy*, 2000b. 48- 50.

21. LERCHS-GROSSMAN. *Optimum design of open-pit mines. Canadian Institute of Mining Bulletin*, 1965. 58: 47-54.
22. LIPKEWICH-BORGMAN. *Two- and Three-Dimensional Pit Design Optimization Techniques. A decade of digital computing in the mineral industry. WEISS, A., 1969. 505-523.*
23. MEYER Applying Linear Programming to the Design of Ultimate Pit Limits, 1969.
24. OTAZU, R. Q. *¿Qué es un Algoritmo?*, 2004.
25. P. BRUNET, F. J. S., A. VILANOVA, L. CHIARABINI, G.A.PATOW, E. STAFFETI, J. SURINYAC *Estructuras Geométricas Jerárquicas para Modelización de Escenas 3D*, 1999.
26. PALACIOS, T. A. D. *Contabilidad Minera y Petrolera. Bolivia*, 2011.
27. PANA, M. T. *The simulation approach to open-pit design. 5th APCOM. Symposium, University of Arizona*, 1965. p.
28. PICARD. *Maximum closure of a graph and applications to combinatorial problems. Management Science*, 1976. 22.
29. ROBINSON, R. H. *Programming the Lerchs-Grossman algorithm for Open Pit Design. Proceeding 13 th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers 1975. p.*
30. RODRÍGUEZ, D. H. *Software de minería. Antecedentes. 5to Congreso de Geofísica*, 2008.
31. RUIZ, D. H. J. R. *El tratamiento automatizado de la información geológica en los yacimientos de níquel cubanos.: V Congreso de Geofísica. La Habana, Cuba, 2009. 6.*
32. RYCHKUN-CHEN. *Open-pit mine feasibility method and application at Placer Development. A decade of digital computing in the mineral industry. WEISS, A., 1979.*

33. TIANKAI TU, D. R. O. H., JULIO C. LÓPEZ. *The Etree Library. A system for Manipulating Large Octrees on Disk*. Pittsburgh, Carnegie Mellon Universty, 2003.
34. VARGAS, J. P. M. M. J. A. A. *Optimización Rajo Abierto usando Minesight Scheduler y Opticut*. Chile, 2011.
35. WHITTLE, J. *Four-D User Manual* Melbourne, Australia., 1993.
36. WHITTLE, J. *Four-X User Manual* Melbourne, Australia., 1998.

BIBLIOGRAFÍA

1. ALFORD-WHITTLE. *Application of Lerchs-Grossman pit optimization to the design of open pit mines. Symposium 48.* Australasian Institute of Mining and Metallurgy 1986. 201-207.
2. ARMSTRONG, D. *Surface Mining.* Colorado, Inc Society for Mining, Metallurgy and Exploration 1990. p.
3. CAI, W. *Application of Network Flow and Zero-one Programming to Open-pit mine Design Problems.* Department of Mining and Geological Engineering Arizona, The University of Arizona, 1989. 28-33. p.
4. COLÉOU, T. *Technical Parameterization for Open Pit Design and Mine Planning.* 21st APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers (AIME), 1998. 65-72 p.
5. CHEN, T. *3-D Pit Design with Variable Wall Slope Capabilities.* Proceeding 14 th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers, New York, 1976. 615-625 p.
6. Datamine_TM. *Diseño para Open Pit,* 2003.
7. Datamine_TM. *NPVS Tutorial,* 2003.
8. Datamine_TM. *Tutorial de NPV Scheduler cementos Curazao,* 2003.
9. Datamine_TM. *Tutorial NPV Scheduler,* 2003.
10. Datamine_TM. *Tutorial NVP,* 2003.
11. DATAMINE_TM. *Conceptos básicos en el diseño de minas a cielo abierto.,* 2003.

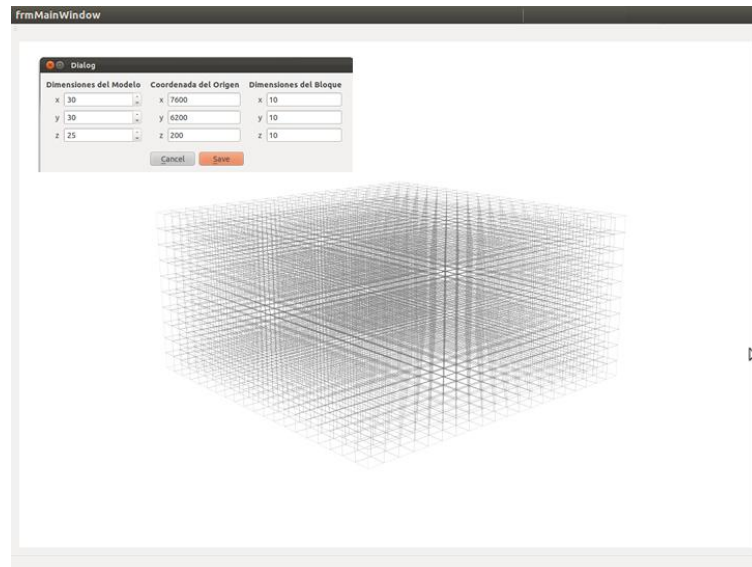
12. FRANCOIS-BONGARCON , D. G. *Parametization of Optimal Designs of an Open Pit Beginning of a New Phase of Research*. AIME, 1984.
13. GEOESTADISTICA.COM. *Diseño de Minas a Cielo Abierto*, 2008. [Disponible en: <http://geoestadistica.com/disenominaopenpit.htm>
14. GIANNINI, L. M. *Optimum Design of Open Pit Mines*. School of Mathematics and Statistics. Australia, Curtin University of Technology, 1990. p.
15. HANNA, J. *Geological Interpretation for Resource Estimation*. 2000. p. *The Resource Database Towards*.
16. HERNÁNDEZ, T. M. *Impacto Sociocultural de la industria minera en Moa. Propuesta de estrategia para su promoción.: Contribuciones a las Ciencias Sociales*. Málaga, España, Universidad de Málaga, 2011.
17. JOHNSON. *Optimum Open Pit Mine Production Scheduling. A decade of digital computing in the mineral industry*. WEISS, A., 1968. 539-562.
18. KIM, Y. C. *Open-Pit Limits Analysis: Technical Overview*. New York, 1979. 297-303.
19. KOROBOV *Methods for Determining Optimal Open Pit Limits*, 1974.
20. KUCHTA, W. H. Y. M. *Open Pit Mine, Planning and Design*. Rotterdam, 1995. p.
21. L. CACCETTA, L. M. G. A. P. K. *Application of Optimization Techniques in Open Pit Mining*. Proceedings of the Fourth International Conference on Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98) Curtin University of Technology : Perth, Australia, 1998a. 414-422 p.

22. L. CACCETTA, P. K. A. L. M. G. *Open Pit Mine Production Scheduling*. Computer Applications in the Minerals Industries International Symposium (3rd Regional APCOM), Australia, 1998b. 65-72 p.
23. LEMIEUX, M. *Moving Cone Optimization Algorithm*. Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME, 1979. 329-345 p.
24. LEMIEUX, M. *Parametric analysis in surface-mine reserve definition: the inherent error and its correction*. *Mining Engineering*, 2000a. 57-64.
25. LEMIEUX, M. *Surface mine reserve definition and the high-grading fallacy*, 2000b. 48- 50.
26. LERCHS-GROSSMAN. *Optimum design of open-pit mines*. *Canadian Institute of Mining Bulletin*, 1965. 58: 47-54.
27. LIPKEWICH-BORGMAN. *Two- and Three-Dimensional Pit Design Optimization Techniques. A decade of digital computing in the mineral industry*. WEISS, A., 1969. 505-523.
28. MEYER *Applying Linear Programming to the Design of Ultimate Pit Limits*, 1969.
29. OTAZU, R. Q. *¿Qué es un Algoritmo?*, 2004.
30. P. BRUNET, F. J. S., A. VILANOVA, L. CHIARABINI, G.A.PATOW, E. STAFFETI, J. SURINYAC *Estructuras Geométricas Jerárquicas para Modelización de Escenas 3D*, 1999.
31. PALACIOS, T. A. D. *Contabilidad Minera y Petrolera*. Bolivia, 2011.
32. PANA, M. T. *The simulation approach to open-pit design*. 5th APCOM. Symposium, University of Arizona, 1965. p.

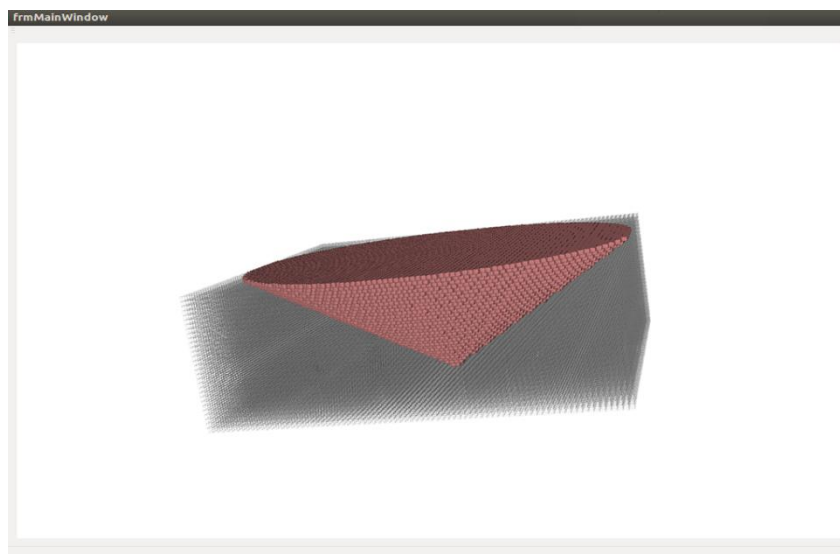
33. PICARD. *Maximum closure of a graph and applications to combinatorial problems. Management Science*, 1976. 22.
34. ROBINSON, R. H. *Programming the Lerchs-Grossman algorithm for Open Pit Design. Proceeding 13 th APCOM Symposium of the Society of Mining Engineers* 1975. p.
35. RODRÍGUEZ, D. H. *Software de minería. Antecedentes. 5to Congreso de Geofísica*, 2008.
36. RUIZ, D. H. J. R. *El tratamiento automatizado de la información geológica en los yacimientos de níquel cubanos.: V Congreso de Geofísica. La Habana, Cuba*, 2009. 6.
37. RYCHKUN-CHEN. *Open-pit mine feasibility method and application at Placer Development. A decade of digital computing in the mineral industry. WEISS, A.*, 1979.
38. TIANKAI TU, D. R. O. H., JULIO C. LÓPEZ. *The Etree Library. A system for Manipulating Large Octrees on Disk. Pittsburgh, Carnegie Mellon Universty*, 2003.
39. VARGAS, J. P. M. M. J. A. A. *Optimización Rajo Abierto usando Minesight Scheduler y Opticut. Chile*, 2011.
40. WHITTLE, J. *Four-D User Manual Melbourne, Australia.*, 1993.
41. WHITTLE, J. *Four-X User Manual Melbourne, Australia.*, 1998.

ANEXOS

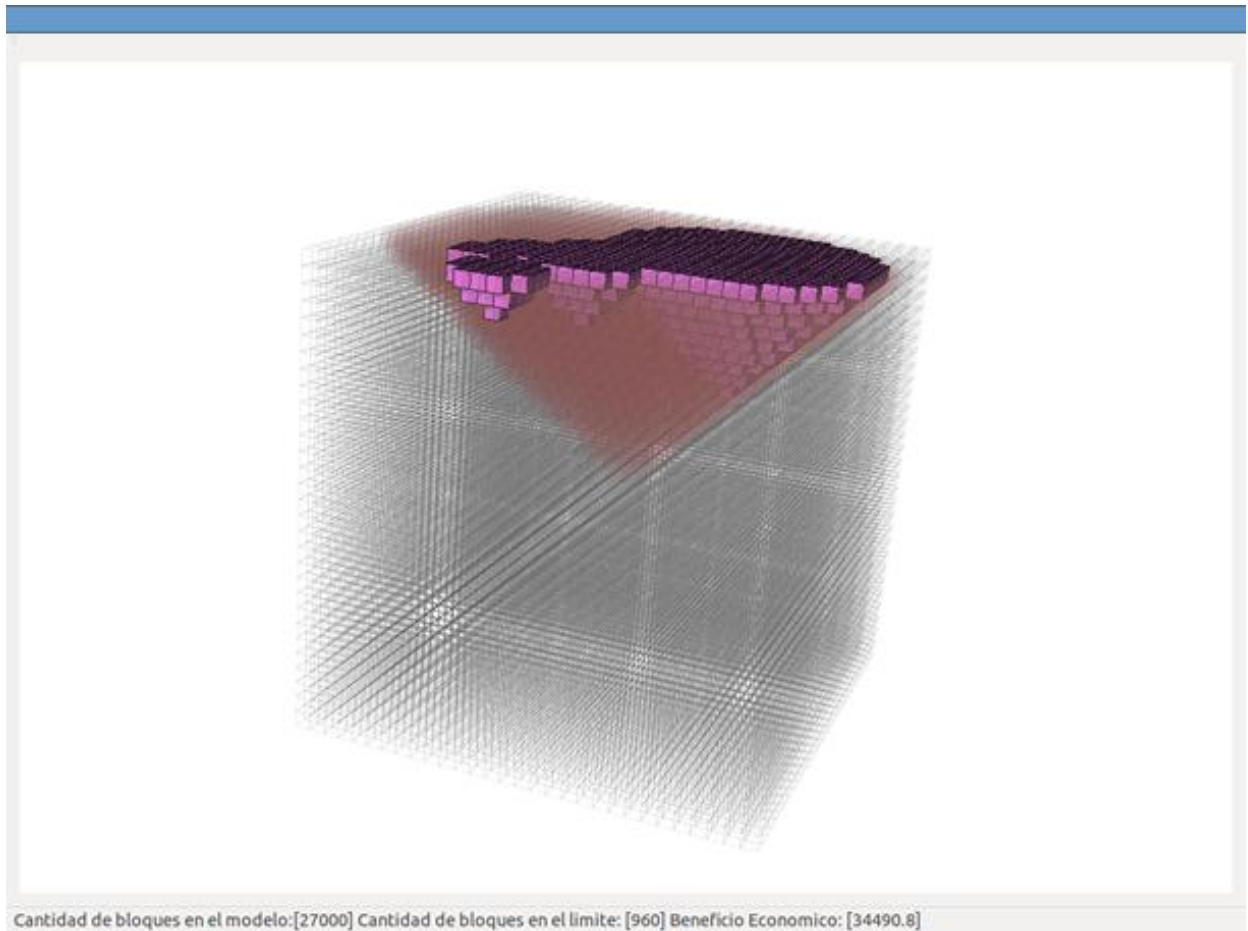
Anexo I: Creación de un modelo de bloques. En la figura se muestra la especificación de los parámetros de entrada.



Anexo II. Corrida del Patrón de Búsqueda Mínima para un modelo de bloques de 80 x 80 x 30 donde se muestra el mayor cono de restricción formado por el ángulo de talud global.



Anexo III. Corrida del algoritmo de Lipkewich y Borgman basado en la teoría de Lerchs-Grossman en tres dimensiones para un modelo de bloques económico.



GLOSARIO.

1. Talud: Declive, inclinación de un terreno o de un muro.
2. Azimut: Es la distancia angular medida en sentido a las agujas del reloj desde un punto cualquiera hacia el norte terrestre. Un par de valores dados en coordenadas de azimut y altitud indican la posición de un objeto en el espacio local en un momento dado.
3. Cielo Abierto. En minería hace referencia a la explotación que se hace sobre la superficie de la tierra. Término similar a rajo, tajo abierto u Open Pit.
4. VAN: Fluctuación del dinero en el tiempo referido a los ingresos y egresos de un proyecto durante su vida útil para determinar si es rentable.