

Instituto Superior Politécnico José A.  
Echevarría

Facultad de Ingeniería Industrial

**Modelo para la ubicación física de los  
agentes de seguridad de la Universidad de  
las Ciencias Informáticas**



Trabajo para optar por el título de:  
Máster en Tecnologías de Apoyo a la Decisión

Autor:

Lic. Daciel A. Olivera Cortina

Tutor:

Dr. Efrén Vázquez Silva

## Declaración de Autoría

Por este medio yo: Daciel Alberto Olivera Cortina, con carné de identidad 77021717687, declaro ser el único autor del presente trabajo final de maestría y autorizo a la Universidad de las Ciencias Informáticas los derechos patrimoniales del mismo, con carácter exclusivo.

Para que así conste firmo la presente a los \_\_\_\_ días del mes de \_\_\_\_\_ del año \_\_\_\_\_.

---

Firma del autor

Lic. Daciel Alberto Olivera Cortina

---

Firma del Tutor

Dr. Efrén Vázquez Silva

## ***Dedicatoria:***

*A mi familia, especialmente a mi mamá y mi hermana,  
a mi esposa.*

# ***Agradecimientos***

*Agradezco a:*

- *Mi tutor por toda la ayuda y apoyo, y por el conocimiento transmitido.*
- *Al claustro de profesores de la maestría que contribuyeron a mi formación.*
- *Cloti por su ayuda, colaboración y paciencia.*
- *Carlos Torres Pupo por su oportuna ayuda.*
- *La oponencia por la revisión realizada y sus oportunas sugerencias.*
- *Mi familia y amigos por su constante apoyo y aliento.*

---

# Resumen

---

## Resumen

*Actualmente la optimización se ha convertido en una práctica habitual como parte de la investigación científica. Los modelos de localización, y en particular la localización de estaciones de servicio de emergencia, constituyen una herramienta más de la Investigación de Operaciones, que se aplica en la toma de decisiones en las organizaciones. El presente trabajo versa sobre la construcción de un modelo matemático bi-objetivo de localización por cubrimiento para la ubicación física de los agentes de seguridad, guardia obrera y estudiantes en la Universidad de las Ciencias Informáticas. Se incluye la formalización de todos los elementos que componen el modelo, así como una caracterización de los problemas y modelos de localización, con énfasis en los modelos discretos; así como modelos de localización de servicios de emergencia. Se exponen los métodos empleados para resolver el problema de optimización generado por el modelo y su implementación en el OpenSolver. Para la obtención de los resultados se resuelven 83 problemas de programación lineal entera y se trabaja con datos reales, presentándose varias variantes de solución y la metodología para proceder en caso de que se necesitaran nuevas soluciones en virtud de nuevos intereses o preferencias del decisor. Además, se compararon las variantes de ubicación de agentes y estudiantes usadas hoy en la universidad con las propuestas por el modelo Maximal Covering Location Problem bi-objetivo, con resultados interesantes.*

**Palabras claves:** Localización de instalaciones, Programación lineal entera, OpenSolver.

## Abstract

*Currently optimization has become a common practice as part of scientific research. Location models, in particular the location of emergency service stations, are a tool of operations research that can be applied in decision-making organizations. This paper deals with the construction of a mathematical bi-objective coverage location model for the physical location of the security officers, students and workers guard at the University of Computer Sciences. Formalize all the elements of the model as well as a characterization of the problems and location models are included, with emphasis on discrete models; and location models for emergency services. The methods used to solve the optimization problem generated by the model are presented and its implementation in the OpenSolver. To obtain results 83 integer linear programming problems are solved working with real data, presenting several variants of solution and methodology to proceed if new solutions are needed under new interests or preferences of the decision maker. In addition, variants of location of agents and students in college used today with those proposed by the Maximal Covering Location Problem bi-objective model are compared, with interesting results.*

**Keywords:** Facility Location, Integer Linear Programming, OpenSolver.

---

# Índices

---

## Tabla de contenido

Resumen.....	I
Índices.....	II
Introducción.....	1
<b>1 Capítulo: Marco Teórico.....</b>	<b>5</b>
1.1 <i>Introducción</i> .....	5
1.2 <i>Problemas de Localización</i> .....	5
1.2.1 Definición de problema de localización. ....	5
1.2.2 Elementos fundamentales de los modelos de localización.....	6
1.2.3 Objetivos de estos problemas. ....	7
1.3 <i>Modelos discretos de localización</i> . ....	8
1.3.1 Problema de la p-mediana.....	8
1.3.2 Problemas de cubrimiento.....	10
Location Set Covering Problem (LSCP).....	10
Maximal Covering Location Problem (MCLP).....	11
Problema del p-centro.....	12
1.3.3 Aplicaciones de los problemas de localización.....	13
Sistemas de seguridad y protección física. ....	13
Aplicaciones de los PLI en sistemas de seguridad y protección .....	14
1.3.3.1.1 Police patrol area covering (PPAC) .....	14
1.4 <i>Estrategias de resolución</i> .....	15
1.4.1 Métodos exactos.....	15
1.4.2 Métodos inexactos.....	16
1.5 <i>Conclusiones parciales del capítulo</i> .....	18
<b>2 Capítulo: Propuesta de solución.....</b>	<b>19</b>
2.1 <i>Introducción</i> .....	19
2.2 <i>Descripción general del problema</i> .....	19
2.3 <i>Formulación matemática del problema</i> .....	20
2.3.1 Definición de Demandas y Distancias .....	20
Demandas:.....	20
Distancias:.....	22
2.3.2 Variables de decisión y objetivos de los modelos.....	22
Variables de decisión.....	22
Objetivos de los modelos .....	22
2.4 <i>Modelos</i> .....	24
2.4.1 LSCP para los agentes de seguridad .....	24
2.4.2 LSCP para los estudiantes en la residencia.....	25
2.4.3 MCLP para los agentes de seguridad.....	25
2.4.4 MCLP para los estudiantes en la residencia.....	26
2.5 <i>Herramienta usada para resolver los problemas de localización</i> . ....	26
2.5.1 Implementación de los modelos en OpenSolver .....	27
Interacción de los usuarios con la herramienta.....	30
2.6 <i>Conclusiones parciales del capítulo</i> .....	30
<b>3 Capítulo: Análisis de los resultados.....</b>	<b>31</b>

3.1	Introducción.....	31
3.2	Cantidad mínima de postas necesarias dado un radio $r$ . .....	31
3.2.1	LSCP para la UCI con un radio de 30 metros. ....	31
3.2.2	LSCP para la UCI con un radio de 90 metros. ....	32
3.2.3	LSCP para la beca con un radio de 80 metros.....	33
3.3	Modelo MCLP para un número $p$ de agentes.....	33
3.3.1	MCLP para la UCI con un radio de 30 metros y 25 postas.....	34
	Si es de día (parámetro Noche en 0 y $r = 30$ ).....	34
	Si es de noche (parámetro Noche en 1 y $r = 30$ ).....	35
3.3.2	MCLP para la UCI con un radio de 90 metros y 25 postas.....	38
	Si es de día (parámetro Noche en 0 y $r = 90$ ).....	38
	Si es de noche (parámetro Noche en 1 y $r = 90$ ).....	39
3.3.3	MCLP para la beca con un radio de 80 metros.....	41
3.4	Discusión de los resultados.....	43
3.4.1	Comparación de las soluciones del modelo propuesto con las ubicaciones actuales de las postas.....	43
3.4.2	Consideraciones generales sobre los resultados de los diferentes modelos.....	45
	Consideraciones sobre los resultados con $r = 30$ .....	47
	Consideraciones sobre los resultados con $r = 90$ .....	47
	Consideraciones sobre los resultados para la beca.....	47
3.5	Conclusiones parciales del capítulo.....	48
	<b>Conclusiones.....</b>	<b>49</b>
	<b>Recomendaciones.....</b>	<b>50</b>
	<b>Referencias Bibliográficas.....</b>	<b>51</b>
	<b>Anexos.....</b>	<b>57</b>
	Anexo 1 .....	57
	Anexo 2.....	58
	Anexo 3.....	58
	Anexo 4.....	59
	Anexo 5.....	60
	Anexo 6.....	61
	Anexo 7.....	62
	Anexo 8.....	63
	Anexo 9.....	66

## Índice de tablas

Tabla 1: Datos del trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p = 25$ , $r = 30$ de día.....	35
Tabla 2: Datos del trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p = 25$ , $r = 30$ de noche.....	37
Tabla 3: Datos del trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p = 25$ , $r = 90$ de día.....	39
Tabla 4: Datos del trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p = 25$ , $r = 90$ de noche.....	40
Tabla 5: Comparación con la solución del MCLP con $r = 30$ .....	43
Tabla 6: Comparación con la solución del MCLP con $r = 90$ .....	44
Tabla 7: Comparación con la solución del MCLP beca con $r = 80$ .....	48



## Índice de figuras

Figura 1.1: Desglose de los modelos de localización discretos.....	7
Figura 1.2: Clasificaciones de las metaheurísticas.....	17
Figura 2.1: Objetivos a proteger y posibles localizaciones.....	21
Figura 2.2: Posición del OpenSolver.....	28
Figura 2.3: Seleccionar opciones.....	28
Figura 2.4: Opciones del solver a definir.....	28
Figura 2.5: Vista parcial de un modelo.....	28
Figura 3.1: Solución LSCP UCI 30m.....	32
Figura 3.2: Solución LSCP UCI 90m.....	33
Figura 3.3: Solución LSCP Beca 80m.....	34
Figura 3.4: Trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p = 25$ , $r = 30$ de día.....	35
Figura 3.5: Punto ideal y trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p = 25$ , $r = 30$ de día.....	35
Figura 3.6: Solución MCLP UCI con 30m 25p día con $w_1=0,5$ .....	36
Figura 3.7: Cumplimiento de objetivos variando $p$ en el día 30m.....	37
Figura 3.8: Trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p =25$ , $r =30$ de noche.....	37
Figura 3.9: Punto ideal y trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p =25$ , $r =30$ de noche.....	37
Figura 3.10: Solución MCLP UCI con 30m 25p noche con $w_1=0,5$ .....	38
Figura 3.11: Punto ideal y trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p =25$ , $r =90$ de día.....	39
Figura 3.12: Solución MCLP UCI con 90m 25p día con $w_1=0,5$ .....	40
Figura 3.13: Punto ideal y trade-off entre $w_1$ y $w_2$ con $p =25$ , $r =90$ de noche.....	40
Figura 3.14: Cumplimiento de objetivos variando $p$ en la noche 90 m.....	41
Figura 3.15: Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con $w_1=0,5$ .....	41
Figura 3.16: Cumplimiento de los objetivos con 80 m variando $p$ en beca.....	42
Figura 3.17: Solución del MCLP Beca con 80 m $p=20$ de noche.....	43
Figura 3.18: Vista general de la herramienta.....	58
Figura 3.19: Vista parcial de la pestaña Parámetros.....	58
Figura 3.20: Solución MCLP UCI con 30m 25p día con $w_1=1$ .....	59
Figura 3.21: Solución MCLP UCI con 30m 25p día con $w_1=0$ .....	60
Figura 3.22: Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con $w_1=0$ .....	61
Figura 3.23: Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con $w_1=1$ .....	62
Figura 3.24: Solución del MCLP Beca con 80 m $p=7$ de noche.....	63
Figura 3.25: Solución del MCLP Beca con 80 m $p=14$ de noche.....	64
Figura 3.26: Solución del MCLP Beca con 80 m $p=25$ de noche.....	65
Figura 3.27: Posiciones actuales de la guardia estudiantil.....	66

---

# Introducción

---

Los modelos matemáticos y las técnicas de programación matemática se han desarrollado para dar respuesta a la necesidad de optimizar diferentes procesos y se han aplicado mayoritariamente a la organización y distribución de los recursos físicos. Desde hace varias décadas se han podido comprobar los excelentes resultados que estas técnicas aportan cuando son utilizadas para mejorar la eficiencia.

Hoy la optimización se ha convertido en práctica habitual en las ciencias, las ingenierías y los negocios. Dentro de la optimización, los modelos de localización son una herramienta más de la Investigación de Operaciones que se puede aplicar en la toma de decisiones de las organizaciones. Existe una gran variedad de modelos de localización que varían de acuerdo con el caso práctico en el que son aplicados, por ende no existe un modelo genérico para los problemas prácticos (Martínez & Suazo, 2005).

Los problemas de localización de instalaciones han demostrado ser un terreno fértil para los investigadores interesados en la modelación, el desarrollo de algoritmos y teoría de la complejidad. Las aplicaciones de los modelados de localización incluyen la localización de servicios médicos de emergencia (EMS, por sus siglas en inglés), estaciones de bomberos, estaciones de policía, escuelas, hospitales, reservas de especies en peligro de extinción, nudos de comunicaciones aéreas, sitios de disposición de residuos y almacenes, entre otros, para listar sólo un pequeño subconjunto de los numerosos ámbitos en los que se han aplicado modelos de localización. Estos también han encontrado aplicaciones en áreas no tradicionales como el diagnóstico médico, de rutas para vehículos, la alineación de los candidatos y partidos a lo largo de un espectro político, y el análisis de los sitios arqueológicos (Daskin, 2008).

En el caso de las ubicaciones o localización de las estaciones de servicio de emergencia (ESS, por sus siglas en inglés), como los cuerpos de bomberos, estaciones de servicio de emergencia, ambulancias, hospitales, estaciones de policía etc., son de vital importancia para lograr un sistema de respuesta de emergencia eficaz y fiable. Las muertes y discapacidades causadas por accidentes, incendios, enfermedades, pandemias, desastres naturales etc., se pueden reducir de manera significativa a través de una planificación eficaz de las ubicaciones de estas estaciones (Başar, Çatay, & Ünlüyurt, 2012).

La Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI) por su objeto social, estructura urbanística, composición socio-económica, funcionamiento y las misiones asignadas es a la vez ciudad, universidad e industria, características que le impone particularidades muy distintivas a la organización y realización del sistema de seguridad y protección, el cual debe garantizar proteger:

una población que sobrepasa las 15000 personas diariamente, 156 edificios de residencia (más de 1872 apartamentos entre estudiantes, profesores y especialistas), 11 edificios docentes (de ellos 6 nuevos con capacidad para 1000 estudiantes), 153 laboratorios de informática y 171 aulas, 3 complejos de cocina-comedor, base de transporte con casi 200 medios de transporte, más de 8000 computadoras, más de 2000 unidades de otros medios de soportes informáticos, 3420 aires acondicionados, 1900 televisores, 1500 refrigeradores, más de 20 nodos y sub nodos importantes con más de 65 servidores (35 Km. de Red), 46 grupos electrógenos, 250 obras de arte (43 de ellas originales y muchas de ellas de artistas de gran prestigio), central telefónica con capacidad para más de 2000 teléfonos y 20 teléfonos públicos, estudio de televisión, policlínico – hospital, una sucursal del Banco Metropolitano, agencia de CADECA y 6 Cajeros Automáticos, una tienda de la cadena TRD, fábrica de DVD, pizzería, panadería, mercado agropecuario y pescadería, tres plazas públicas con sus esculturas: Niemeyer, Mella y Wifredo Lam, entre otros. Además, todos estos recursos se encuentran ubicados en un área de 268 hectáreas.

Relacionado con todo lo anterior se cuentan alimentos, muebles, aseos, insumos escolares e informáticos y otros, necesarios para dicha población y el funcionamiento de la entidad, registrándose más de 121 800 Activos Fijos Tangibles y más del doble de esa cifra en recursos contables como Útiles. En general, hasta el año 2012, se contaba con un patrimonio de \$159,898,818.37 pesos en moneda total.

Para llevar a cabo la tarea de proteger el patrimonio y el personal de la universidad se cuenta con los servicios de una agencia de seguridad (SEPCOM), la guardia estudiantil, la guardia obrera y la dirección de Seguridad y Protección, la cual organiza y controla el sistema de guardia vigente.

En la presentación del informe de Seguridad, Protección y Defensa realizada por el Director de Seguridad y Protección para la entrega del cargo del Rector en enero de 2012, se exponen los principales factores adversos de los cuales se presenta un resumen de los que se mantienen hasta la fecha.

Ausencia de cerca y alumbrado perimetral en más de un 50 % y la existencia de áreas boscosas próximas a las instalaciones. Falta de algunas garitas protectoras y equipos de comunicaciones para las posiciones de SEPCOM. Carencia de un Circuito Cerrado de Televisión y Sala de Operaciones y Monitoreo de los sistemas contra intrusos. Insuficiente iluminación interna. Inversiones sin todos los requerimientos de protección. Veinte entidades de empresas de servicios tercerizados dentro de la institución. Frecuentemente se reciben visitas nacionales e internacionales (de 4 a 5 semanales que provocan movimientos en las ubicaciones de los agentes de seguridad). Barrios colindantes con limitaciones en las condiciones de vida y sin ningún tipo de infraestructura recreativa.

La misión de la Seguridad y Protección en todo momento ha sido la de prevenir, detectar, retardar y neutralizar la ocurrencia de amenazas y reducir los niveles de riesgo que puedan dar origen a hechos y actividades delictivas o contrarrevolucionarias. No obstante, existe una alta densidad poblacional y de recursos en el centro y no se ha podido evitar que hayan ocurrido una considerable cantidad de hechos delictivos, principalmente robos que han afectado: el patrimonio de la institución, y algunos otros hechos a personal de la universidad<sup>1</sup>. Debido a ello se han hecho cambios en el sistema para mejorarlo, pero la mayor parte de la planificación del proceso o sistema de vigilancia, y en particular la forma de ubicar espacialmente los vigilantes o agentes de seguridad en el área de la universidad, se realiza aún de forma tradicional, es decir, basada netamente en la experiencia de sus participantes, sin existir una estrategia enfocada a la eficiencia del proceso.

---

<sup>1</sup> Sobre los cuales no se puede abundar en el trabajo por razones de seguridad.

Esta parte del proceso, específicamente la de ubicar los agentes no es una tarea trivial ni sencilla, por ejemplo si se tienen 60 objetivos a proteger y se dispone de 10 agentes y simplificando un poco otras consideraciones, la cantidad de variantes en que se pudieran ubicar esos 10 agentes es:

Combinatoria de 60 en 10, es decir  $C_{60}^{10}=75394027566$ . Luego se tendría que decidir cuál de estas 75394027566 posibles variantes escoger para ubicar los agentes.

Esta situación de ubicar  $n$  elementos en  $n$  de las  $m$  posibles ubicaciones puede ser estudiado como un problema de localización; estos problemas investigan dónde ubicar físicamente a un conjunto de instalaciones (recursos) para reducir al mínimo el costo de satisfacer un conjunto de demandas (clientes) sujeto a un conjunto de restricciones (Hale & Moberg, 2003).

Es interesante destacar que en la organización de sistemas de vigilancia o de seguridad y protección no se han realizado muchas aplicaciones de modelos de localización: en (Hakimi, 1964) y (Curtin, Hayslett-McCall, & Qiu, 2010) se desarrollan o abordan modelos relacionados con la localización de estaciones de policía, en (Murray, Kim, Davis, Machiraju, & Parent, 2007a) se aborda la localización de sensores para apoyar el proceso de vigilancia, en (Dávila & Verónica, 2009) se aborda la localización pero para una sola empresa dentro de una ciudad y utilizan técnicas multicriterio.

De acuerdo con todas las cuestiones que se han tratado, el problema que nos ocupa en esta investigación, radica en:

**Problema de investigación:**

¿Cómo contribuir a la planificación eficiente del uso de los agentes participantes en el sistema de seguridad y protección física vigente en la Universidad de la Ciencias Informáticas?

Como objeto y campo de acción de la investigación se tienen:

**Objeto de investigación:**

Problemas de localización de instalaciones.

**Campo de acción:**

Modelación y solución de problemas discretos de localización de instalaciones por cubrimiento.

Para darle solución al problema señalado, se plantea como **Hipótesis de Investigación** la siguiente:

La aplicación de un modelo de Programación Lineal Entera en el proceso de planificación, permite la ubicación más eficiente de los agentes participantes en el sistema de seguridad y protección física en la Universidad de la Ciencias Informáticas.

De ahí que el **Objetivo General** sea:

Desarrollar un modelo de Programación Lineal Entera que, en el proceso de planificación, ubique de manera eficiente a los agentes participantes en el sistema de seguridad y protección física de la Universidad de la Ciencias Informáticas.

Y como **objetivos específicos** los siguientes:

1. Elaborar el marco teórico referencial relacionado con el uso de los modelos de programación lineal entera en la solución de problemas de localización de instalaciones.
2. Caracterizar el proceso de planificación del sistema de seguridad y protección física vigente en la Universidad de la Ciencias Informáticas.

3. Elaborar un modelo discreto de localización de instalaciones por cubrimiento para la ubicación de los agentes participantes en el sistema de seguridad y protección física en la Universidad de la Ciencias Informáticas.
4. Desarrollar una herramienta informática de apoyo para la solución del modelo elaborado.
5. Evaluar la efectividad de la solución al modelo propuesto.

### **Estructura de los capítulos de la tesis.**

Este trabajo consta de tres capítulos. En el Capítulo 1 se recogen los elementos teóricos considerados en la solución del problema propuesto. Se hace una caracterización de los problemas y modelos de localización con énfasis en los discretos y de redes, así como de localización de servicios de emergencia. Por último, se incluyen elementos importantes de las estrategias de resolución y de algunos optimizadores (del inglés solver). En el segundo Capítulo se incluye el modelo propuesto para la ubicación física de los agentes de seguridad en toda la universidad y la ubicación de los estudiantes en la residencia. También se tratan los métodos empleados para resolver el problema de optimización generado por los modelos y su implementación en el OpenSolver. En el Capítulo 3 se realiza el análisis y la discusión de los resultados alcanzados, en la aplicación de la propuesta de solución a los datos reales del problema. Los mismos se resuelven para varias variantes de modelos que se pueden aplicar y se hace un análisis de las decisiones que se derivan de los resultados. Finalmente se incluyen las conclusiones y las líneas para el trabajo futuro.

---

# 1 Capítulo: Marco Teórico.

---

## **1.1 Introducción**

En este capítulo se exponen los elementos teóricos considerados en la solución del problema propuesto. Se hace una caracterización de los problemas y modelos de localización con marcado énfasis en los modelos discretos y de redes, así como modelos de localización de servicios de emergencia. Por último, se incluyen elementos importantes de las estrategias de resolución y de algunos solvers que se pueden utilizar para resolver el problema de optimización que se propone.

## **1.2 Problemas de Localización.**

Al decir de Santisteban (Urquiza, 2012) los problemas de optimización están presentes en todas las áreas de la vida práctica, de ahí su importancia; además explica de forma muy acertada que siempre que el ser humano se trace una meta u objetivo, este puede ser modelado a través de un problema de optimización. Si esto es así, solo en el caso de las metas u objetivos del ser humano, imaginémonos entonces el sin número de aplicaciones que se encuentran en el mundo real. Una clase amplia de tipo de problema con múltiples aplicaciones, dentro de los problemas de optimización, son los problemas de localización, dos trabajos excelentes donde abundar en clasificaciones o taxonomías de estos problemas y en aplicaciones en el sector público son (Daskin, 2008) y (Daskin & Murray, 2012) respectivamente.

### **1.2.1 Definición de problema de localización.**

Los problemas de localización de instalaciones (PLI) surgen de la necesidad de ubicar instalaciones, con el fin de satisfacer de manera óptima la demanda de un conjunto de clientes; y han sido estudiados desde muchos puntos de vista y para diferentes aplicaciones.

Con más rigor, los problemas de localización de instalaciones investigan dónde ubicar físicamente a un conjunto de instalaciones (recursos) para reducir al mínimo el costo de satisfacer un conjunto de demandas (clientes) sujeto a un conjunto de restricciones (Hale & Moberg, 2003). O una más reciente y específica dada por ReVelle y Eiselt (ReVelle & Eiselt, 2005, p. 1) donde el término Análisis de Localizaciones se refiere a la modelización, formulación y solución de una clase de problemas que puede ser mejor descrito como la ubicación de las instalaciones en un espacio dado.

### 1.2.2 Elementos fundamentales de los modelos de localización.

En la definición general del problema de localización se identifican tres elementos que juegan un papel relevante: instalaciones, clientes y localizaciones.

#### 1. **Instalaciones:**

El término se utiliza para denotar una gran variedad de objetos para los cuales se debe determinar una posición espacial, con el fin de optimizar la interacción con otros objetos preexistentes. El ejemplo clásico al utilizar dicha palabra en la teoría de localización es para referirse a objetos como: almacenes, plantas, escuelas, hospitales, distribuidores minoristas y muchas otras estructuras industriales, comerciales y públicas. Las principales características de las instalaciones son: su número, su tipo y el costo asociado a ellas.

#### 2. **Localizaciones:**

Se refiere al lugar físico donde las instalaciones deben posicionarse. El conjunto de puntos elegibles (usualmente el espacio de solución) se puede representar espacialmente de tres maneras: continua, discreta y de red.

Se debe tener en cuenta que este segundo elemento define entonces el espacio donde va a ser resuelto el problema. Luego, los problemas de localización generalmente se resuelven en uno de los siguientes espacios: espacios continuos (espaciales), espacios discretos, y los espacios de red (Hale & Moberg, 2003). La primera de estas tres variantes corresponde a problemas de localización en un espacio continuo (en una, dos o tres dimensiones) donde cualquier ubicación dentro de la esfera es un lugar viable para una nueva instalación. En la segunda se estudian los problemas donde los sitios para las localizaciones deben ser escogidos de un conjunto predefinido, mientras que la tercera se manifiesta en problemas que se limitan a los arcos y nodos de una red subyacente. Los problemas bidimensionales son más populares por razones de naturaleza geográfica.

Una clasificación de los problemas discretos (que serán el centro de este trabajo) puede verse en la figura 1.1 tomada y traducida de (Daskin, 2008, p. 3).

#### 3. **Clientes:**

La palabra cliente se utiliza de manera tradicional para denotar a aquellas personas que requieren accesibilidad a un servicio o suministro de un bien. Las características fundamentales de los clientes son: su distribución, su demanda y su comportamiento. Los clientes pueden representar tanto individuos concretos como agrupaciones de estos (Aréizaga, 2006, p. 1).

Al variar las características de las instalaciones, la representación espacial de los puntos elegibles, o las características de los clientes, se obtienen diferentes tipos de problemas de localización.

Por otro lado, en los modelos de localización, hay otros elementos a tener en cuenta como: el número de instalaciones a ubicar, la capacidad de las instalaciones, el número de productos, tipo de abastecimiento, horizonte de planeación, niveles y tipo de instalaciones. Al igual que con las características estos elementos pueden variar y con ello conducir a variantes de modelos, por ejemplo:

- Capacidad: se considera en el estudio que las instalaciones tienen restricciones de capacidad (modelo con capacidad) o no se considera (sin capacidad) (Narasimhan, Pirkul, & Schilling, 1992; Chuzhoy & Naor, 2002; Villegas, Palacios, & Medaglia, 2006; Chen, Pan, & Ko, 2011).

- Número de productos: puede ser para uno o múltiples productos (Medina, 2009).
- Horizonte de planeación: puede ser para uno o más periodos (Ayfer Basar, 2011).
- Niveles: hay circunstancias en las que la prestación de un servicio a uno o varios clientes necesita más de una instalación que "cubra" a estos clientes, por si una instalación está ocupada cuando un cliente le solicite servicio otra pueda servirlo. A la cantidad de instalaciones que cubran a un mismo cliente se le llama nivel. Ejemplos se pueden encontrar en (Narasimhan et al., 1992; R. L. Church & Gerrard, 2003; Chen et al., 2011). (La búsqueda de la cantidad mínima de instalaciones necesarias para cubrir cada demanda un número predefinido de veces, donde la necesidad de cobertura puede variar entre los clientes, se conoce como Problema de Localización con múltiples niveles de cobertura de conjuntos (MLLSCP, por sus siglas en inglés) (Toregas, 1970)).
- Tipos de instalaciones por ubicar: todas las instalaciones a ubicar son del mismo tipo, o bien, hay más de un tipo de instalaciones (Karzanov, 2004; Wang, Ma, Wang, Mao, & Zhang, 2012); (Wang et al., 2012).

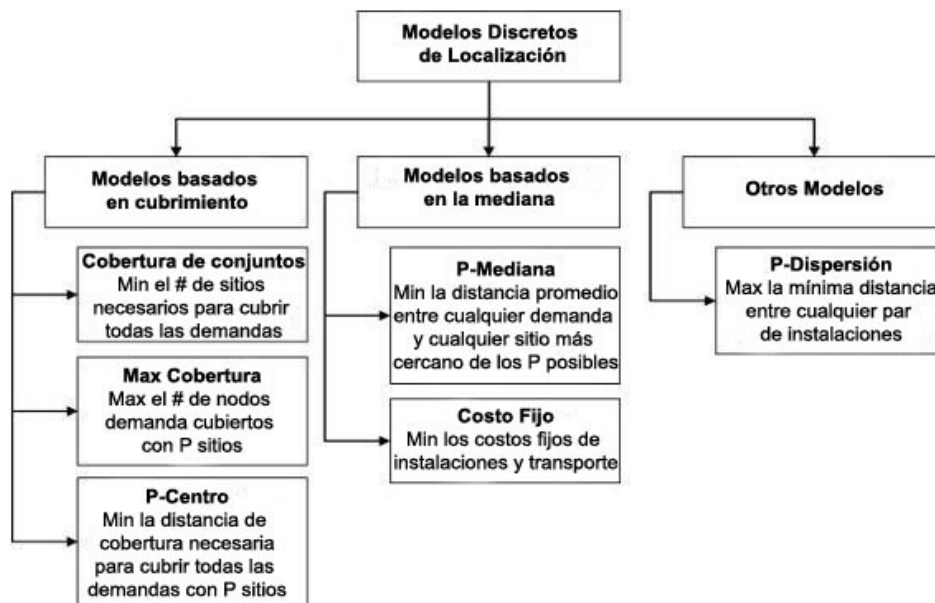


Figura 1.1: Desglose de los modelos de localización discretos.

### 1.2.3 Objetivos de estos problemas.

Existen diversos objetivos para los problemas de localización, por ejemplo: otorgar un servicio con el costo mínimo (o mínima distancia), obtener la máxima cobertura de servicio, minimizar la distancia total entre la oferta y la demanda, asegurar que ningún elemento de la demanda pueda estar situado a mayor distancia de un centro de oferta que el alcance espacial de ese servicio, asegurar que el máximo posible de la demanda se encuentre dentro de una distancia fijada por el usuario, entre otros.

Los modelos de localización del sector público y del sector privado comparten el objetivo de optimizar alguna medida de utilidad que satisfaga ciertas restricciones, aunque difieren en la forma de plantear el objetivo y las restricciones (M. C. Darós, Romero, & Arce, 2006).

Las decisiones del sector privado involucran una gran cantidad de características, incluso algunas de naturaleza no económica, pero reconocen como un objetivo razonable la minimización del costo



o la maximización del beneficio; mientras que las decisiones de localización públicas se toman como respuesta a una demanda social, y el objetivo aquí es maximizar un beneficio o minimizar un coste no cuantificable en términos monetarios (M. C. Darós et al., 2006). Por lo general, la definición de objetivos en modelos del sector público es mucho más complicado que en el sector privado (ReVelle & Eiselt, 2005).

Luego, en el momento de resolver un problema real, la elección del objetivo del modelo que lo representa no es trivial, y deben tenerse en cuenta muchos aspectos. Una de las características que más influye en esta elección es la clase de servicio que se intenta localizar. En la literatura tradicionalmente se ha asociado el concepto de eficiencia, o sea, el objetivo de minimizar la distancia total entre cualquier centro de servicio y el conjunto de población que trata de servir (minisum), con la localización de centros de servicio privados; y el concepto de equidad, esto es, el objetivo de minimizar la distancia máxima entre cualquier centro de servicio y el conjunto de población al que trata de servir (minimax), con la localización de centros de servicio públicos (aunque hoy en día el concepto de eficiencia también es aplicado al sector público, asimismo el concepto de equidad se aplica al sector privado). Ambos objetivos fueron acuñados por Hakimi (Hakimi, 1964) como *p-mediana* y *p-centro* respectivamente. Estos son los enfoques más generales utilizados, sin embargo, se han desarrollado muchos más como por ejemplo: el de la *p-centdiana* (M. C. Darós, Romero, & Arce, 2002; M. J. C. Darós, Arce, & Romero, 2009), multiobjetivos ((Morales, 2006; Tricoire, Graf, & Gutjahr, 2012; Villegas et al., 2006); (Chanta, Mayorga, & McLay, 2014)), con criterios de mínimo riesgo (Zhai, Liu, & Chen, 2012).

Para diferenciar los distintos objetivos y conocer acerca de su evolución histórica se recomienda el exhaustivo trabajo de Darós y otros (M. C. Darós et al., 2006). En general, una visión más detallada de objetivos y modelos se puede encontrar en las buenas revisiones de Daskin y Murray; Başar y otros y Farahani y otros (Başar et al., 2012; Daskin & Murray, 2012; Farahani, Asgari, Heidari, Hosseininia, & Goh, 2012).

### **1.3 Modelos discretos de localización.**

Al decir de Daskin (Daskin, 2008), en estos modelos puede o no haber una distancia métrica subyacente. Las distancias o costos entre cualquier par de nodos puede ser arbitraria, aunque generalmente siguen alguna regla (por ejemplo, distancias euclídea, Manhattan, etc.). Las demandas surgen generalmente en los nodos y las instalaciones se limitan a un conjunto finito de lugares candidatos.

Es importante tener en cuenta que “cobertura” y “servicio” no son idénticos. Por ejemplo, en la localización de estaciones de bomberos, un nodo puede no estar cubierto (por ejemplo, puede estar a más de 10 minutos de la estación más cercana), pero las demandas en ese lugar sí estar “servidas” si estuvieran dentro de la región de servicio. Si se tiene en cuenta esta diferencia entre “cobertura” y “servicio”, en los modelos que se presentan a continuación, el de la *p-mediana* localiza en cuanto a “servicio” y el resto en cuanto a “cobertura”.

#### **1.3.1 Problema de la *p-mediana***

Los modelos basados en la mediana minimizan la distancia media ponderada con la demanda entre un nodo de demanda y la instalación a la que se le asigna. Estos modelos se utilizan típicamente en contextos de planificación de distribución, en los que es esencial reducir al mínimo los costos de transporte. Sin embargo, ignoran las diferencias en los costos de localización.

En el caso particular del modelo *p-mediana* se encuentra la ubicación de  $p$  facilidades para minimizar la distancia total (o promedio) entre los nodos de demanda y la facilidad a la cual son asignados.

Para la formulación de este modelo se siguió la formulación propuesta que se describe en (Daskin, 2008), que se presenta a continuación.

Sea  $I$  el conjunto de nodos de demanda y  $J$  el conjunto de posibles sitios donde localizar una instalación. La distancia entre el nodo demanda  $i \in I$  y la posible localización  $j \in J$  es  $d_{ij}$ . Se define  $x_j$  como una variable de decisión binaria que será 1 si se localiza una instalación en el sitio  $j$  y 0 de otra forma y otra variable binaria  $y_{ij}$  que será 1 si la demanda del nodo  $i$  es asignada a la instalación ubicada en el sitio  $j$  y 0 si no. Y por último,  $h_i$  como la demanda de un nodo  $i$ .

Modelo de la *p-mediana*:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} h_i d_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0, \quad \forall i \in I; \forall j \in J \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad (4)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J \quad (5)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I; \forall j \in J \quad (6)$$

La función objetivo (1) minimiza la demanda-distancia total. El conjunto de restricciones (2) estipula la asignación de cada nodo, mientras que las restricciones (3) solo permiten que la demanda de un nodo sea asignada a una facilidad abierta, es decir, a un sitio donde se haya ubicado una instalación. Las restricciones (4) establecen que se deben localizar  $p$  instalaciones. Por último, los conjunto de restricciones (5) y (6) definen la naturaleza entera del modelo.

Los modelos con este tipo de objetivo no tienen en cuenta la equidad de la solución, porque la variabilidad de las distancias que individualmente se deben recorrer puede ser muy alta. La consecuencia final es que, en la práctica, el modelo presenta un comportamiento injusto respecto a los usuarios (nodos de demanda) alejados de su centro de servicio (instalaciones).

Fue Hakimi (Hakimi, 1964) quien a mediados de los años sesenta, realizó el primer intento importante para resolver modelos de localización mediante técnicas de investigación operativa. Hakimi retomó el objetivo minisum (*p-mediana*) e introdujo uno nuevo: el objetivo minimax, que fue uno de los primeros modelos de localización basados en cobertura.

En los años setenta, los problemas que se enfrentaban necesitaron de nuevos objetivos, ya que estos (*p-mediana* y *p-centro*, este último se presenta posteriormente dentro de los basados en cobertura) no eran suficientes. Igualmente aumentaron los problemas relacionados con instalaciones públicas, surgen así los problemas de cubrimiento, que tenían como objetivo atender a toda la población y minimizar al mismo tiempo el número de centros de servicio que se debían ubicar (Toregas, Swain, ReVelle, & Bergman, 1971), o bien su objetivo era atender al máximo número posible de usuarios con un número limitado de centros de servicio (R. Church & ReVelle, 1974).

### 1.3.2 Problemas de cubrimiento.

Para reflejar un tanto las diferencias entre los modelos basados en la mediana y los que siguen se dice, que los modelos de cobertura están relacionados con el cubrimiento de demandas, en la mayoría de estos modelos se asume que una demanda (o nodo demanda) está cubierta, cuando se encuentra a una distancia estándar predefinida de al menos una instalación. Sin embargo, los modelos *p-mediana* ponen énfasis en la distancia entre los puntos de demanda y sus instalaciones más cercanas (también el *p-centro* aunque está basado en cobertura). Desde otro punto de vista, los modelos de cubrimiento generalmente tratan las distancias de forma binaria, es decir, o bien un nodo está cubierto o no lo está. Mientras que los modelos basados en la mediana toman en cuenta las distancias reales en el objetivo del problema.

Los modelos que utilizan el concepto de cobertura se clasifican generalmente en dos categorías: (1) donde se requiere un cubrimiento y (2) donde se optimiza la cobertura.

Como se ha mencionado fue Hakimi (Hakimi, 1964) quien introduce los problemas de cubrimiento. El modelo estaba orientado para determinar el número mínimo de policías necesarios para cubrir nodos en una red de carreteras. Formuló el problema como un problema vértice-cubrimiento en un grafo.

Al considerar el grafo  $G$  con el mismo peso asignado a su todas las ramas (igual a uno),  $V$  como el conjunto de vértices del grafo  $G$ ,  $W$  como un subconjunto de  $V$ ,  $d$  la distancia y  $S$  como una distancia máxima aceptable de servicio (o tiempo), el subconjunto de  $W$  cubre  $G$  si:

$$d(v_i, W) \leq S, \quad i=1, \dots, n.$$

donde:

$$d(v_i, W) = \min [d(v_i, v_1), d(v_i, v_2), \dots, d(v_i, v_q)]$$

Este modelo evolucionó a diferentes objetivos, incluyendo formulaciones lineales de los mismos. A pesar de que los modelos basados en cobertura no son nuevos, han sido siempre muy atractivos para la investigación. Esto se debe a su aplicabilidad en la vida real, especialmente para instalaciones de servicios y de emergencia (Farahani et al., 2012, p. 1). Se presentan a continuación algunos de estos modelos, el primero de ellos es el *Location Set Covering Problem* (LSCP, por sus siglas en inglés)

#### **Location Set Covering Problem (LSCP)**

El problema de cobertura de conjuntos minimiza el número de instalaciones necesarias para cubrir todas las demandas.

Para la formulación de este modelo se siguió la propuesta que se describe en (Xueping Li, Zhao, Zhu, & Wyatt, 2011, p. 4), que se presenta a continuación.

Sea  $V$  el conjunto de puntos o nodos de demanda;  $i$  el índice para los puntos de demanda;  $W$  el conjunto de las posibles localizaciones;  $j$  el índice para las posibles localizaciones;  $t_{ij}$  distancia del punto de demanda  $i$  a la instalación en la localización  $j$ ;  $r$  el umbral de la distancia para que un punto de demanda sea considerado como cubierto;  $W_i$  el conjunto de localizaciones que cubren el punto de demanda  $i$ , es decir,  $\{j \in W : t_{ij} \leq r\}$ ;  $d_i$  población del punto de demanda  $i$ ;  $p$  el número total de instalaciones a localizar;  $y_i$  variable binaria, igual a 1 si y solo si el punto de demanda  $i$  es cubierto al menos una vez. Por último, sea  $x_j$  variable binaria, igual a 1 si y solo si una instalación es localizada en el sitio  $j$ .

Modelo del *LSCP*:

$$\min \sum_{j \in W} x_j \quad (7)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq 1, \quad i \in V \quad (8)$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad j \in W \quad (9)$$

En la formulación anterior, la función objetivo (7) minimiza el número total de instalaciones requeridas. El conjunto de restricciones (8) especifica que todos los puntos de demanda deben estar cubiertos por al menos una instalación.

Este modelo presenta un grupo de debilidades. En primer lugar, es a menudo prohibitivo ubicar el número de instalaciones necesarias para cubrir todas las demandas. En segundo lugar, a menudo hay un gran número de soluciones alternativas. En tercer lugar, el modelo no distingue entre nodos de gran demanda y nodos de pequeña demanda.

A pesar de sus debilidades es útil a un nivel estratégico, para determinar el número mínimo de instalaciones necesarias para proporcionar una cobertura completa de cierto servicio (Xueping Li et al., 2011, p. 5).

### **Maximal Covering Location Problem (MCLP)**

El *Maximal Covering Location Problem* (problema de localización de máxima cobertura) localiza  $p$  instalaciones que maximicen la demanda cubierta (R. Church & ReVelle, 1974). Este modelo, al contrario del LSCP, sí diferencia entre los nodos de gran demanda y los nodos de pequeña demanda. En general, el MCLP considera el tamaño de la demanda y la utiliza como el peso de cada punto de demanda en la función objetivo, lo cual hace el modelo mucho más realista.

Para la formulación de este modelo se siguió la propuesta que se describe en (Xueping Li et al., 2011, p. 6), que se presenta a continuación.

Modelo del *MCPL*:

$$\max \sum_{i \in V} d_i y_i \quad (10)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq y_i, \quad i \in V \quad (11)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (12)$$

$$x_j, y_i \in \{0,1\}, \quad j \in W, i \in V \quad (13)$$

El objetivo (10) maximiza la cobertura o cubrimiento de la demanda. Las restricciones (11) garantizan que un punto de demanda  $i$  esté cubierto solo si una o más instalaciones se colocan dentro de la norma de la distancia, y la restricción (12) especifica que el número total de servicios disponibles es igual a  $p$ .

Los modelos LSCP y MCLP tienen una deficiencia común; una vez que una instalación se llama para dar servicio (es decir, que esté atendiendo un nodo demanda), los otros puntos de demanda que

esta instalación cubre, no estarían cubiertos en ese tiempo. Esta situación para algunos tipos de problemas no es favorable y han surgido varias variantes para resolverla, una de ellas es la que se presenta en 1.3.3.1.1. Para profundizar en otras variantes enmarcadas en el contexto de los servicios de emergencia como: *Double standard mode*, *Maximum expected covering location problem*, *Maximum availability location problem*, *Gradual coverage model* y *Cooperative coverage model* se puede consultar el trabajo de Li y otros (Xueping Li et al., 2011) que analizan el desarrollo de estos modelos en las últimas dos décadas. Sin embargo, poco se ha hecho en la comunidad científica, para resumir las técnicas de optimización para resolver estos modelos.

### **Problema del $p$ -centro**

El modelo  $p$ -centro permite encontrar la menor distancia de cobertura posible de forma que cada nodo esté cubierto. En una red, el modelo  $p$ -centro absoluto, permite que las instalaciones se ubiquen en los nodos y en los arcos (ya este caso no sería discreto sino de red), mientras que el modelo vértice  $p$ -centro restringe los sitios donde ubicar las instalaciones a los nodos. El objetivo de este modelo es minimizar la máxima distancia entre un nodo con demanda y su facilidad más cercana, dado que se tiene un número predeterminado  $p$  de instalaciones por ubicar.

Para la formulación de este modelo se siguió la propuesta en (Daskin, 2008), que se presenta a continuación.

Sean  $I$  el conjunto de nodos de demanda y  $J$  el conjunto finito de posibles sitios donde localizar una instalación. La distancia entre el nodo demanda  $i \in I$  y la posible localización  $j \in J$  es  $d_{ij}$ . Se define  $x_j$  como una variable de decisión binaria que será 1 si se localiza una instalación en el sitio  $j$  y 0 de otra forma, y otra variable binaria  $y_{ij}$  que será 1 si la demanda del nodo  $i$  es asignada a la instalación ubicada en el sitio  $j$  y 0 si no. Se define  $W$  como la máxima distancia entre un nodo con demanda y la instalación a la que es asignado (el caso no ponderado, donde no hay valores de demanda, se formula de forma idéntica con  $h_i=1$  para todo  $i$ ). Y por último,  $h_i$  como la demanda de un nodo  $i$ .

Modelo del  $p$ -centro:

$$\min W \quad (14)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad (15)$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0, \quad \forall i \in I; \forall j \in J \quad (16)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad (17)$$

$$h_i \sum_{j \in J} d_{ij} y_{ij} - W \leq 0, \quad \forall i \in I \quad (18)$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad \forall j \in J \quad (19)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I; \forall j \in J \quad (20)$$

La función objetivo (14) minimiza la máxima distancia entre un nodo con demanda y la instalación a la que es asignado. El conjunto de restricciones (15) estipula la asignación de cada nodo, mientras que las restricciones (16) solo permiten que la demanda de un nodo sea asignada a una facilidad abierta, es decir, a un sitio donde se haya ubicado una instalación. Las restricciones

(18) estipulan que la máxima distancia entre el nodo  $i$  y la facilidad en el sitio  $j$ , denotada por  $W$ , es más grande que la distancia entre cualquier nodo  $i$  y la facilidad localizada en el sitio  $j$ . Las restricciones (17) establecen que se deben localizar  $p$  instalaciones. Por último, los conjuntos de restricciones (19) y (20) definen la naturaleza entera del modelo.

Este tipo de problemas de minimización de la distancia máxima, ponderada o no, entre cualquier instalación (centro de servicio) y el conjunto de población al que trata de servir (nodos demanda) es un problema considerado equitativo pero no eficiente, puesto que la solución evita la discriminación de los usuarios alejados, pero se obtiene a expensas de un aumento del costo, muchas veces considerable.

### ***1.3.3 Aplicaciones de los problemas de localización***

La gama de disciplinas académicas, de actividad de la industria y situaciones prácticas que abarca la localización de instalaciones es tan amplia como profunda. Los geógrafos, urbanistas, comerciantes, ingenieros civiles, ingenieros industriales, analistas de distribución, compradores, administradores de hospitales, etc., todos tratan con los problemas de localización de instalaciones.

Ejemplos de aplicaciones reales del modelo LSCP y variaciones del mismo, se pueden encontrar en (Daskin & Murray, 2012; Jia, Ordóñez, & Dessouky, 2007; Murray, 2013; Pacheco, 2012; Snyder, 2011; Troncoso T, Garrido H, & Ibacache J, 2002). Para el modelo  $p$ -mediana puede consultarse (Araya, Bobadilla, & Espejo, 2011; Muñoz & Toro, 2011; Aragón Casas, Atoche Díaz, Cahahuanca, & Blancy, 2012; Xiang Li, Claramunt, Zhang, & Huang, 2012). En el caso del modelo MCPL además se incluyen ejemplos que vinculan este con otros modelos en (Martínez & Suazo, 2005; Murray, Kim, Davis, Machiraju, & Parent, 2007b; Curtin et al., 2010; Ayfer Basar, 2011; Aragón Casas et al., 2012; Murray, 2013). Para el modelo  $p$ -centro consultar (Araya et al., 2011; Daskin & Murray, 2012; Eiselt, 1992; Jia et al., 2007; Snyder, 2011).

Antes de analizar aplicaciones de los PLI por cubrimiento en sistemas de seguridad y protección se definen primero algunos elementos relacionados con estos sistemas en nuestro país e institución.

#### ***Sistemas de seguridad y protección física.***

El Decreto Ley No. 186 de la República de Cuba en su Artículo 1, establece y regula los Sistemas de Seguridad y Protección Física y los servicios a prestar en esta materia (Consejo de Estado, 1999); y se define lo siguiente:

**Sistema de Seguridad y Protección Física:** es el conjunto de medidas organizativas y de control, personal y medios de seguridad y protección, destinados a garantizar la integridad y custodia de las personas, bienes y recursos ante posibles amenazas de diversa índole.

Además, se definen los diferentes elementos de un sistema de vigilancia y funciones de los mismos; algunas de estas definiciones que resultan de interés para el trabajo son:

- **Agente de Seguridad y Protección:** Persona con preparación profesional, que tiene a su cargo la prestación de servicios de seguridad y protección.
- **Sereno:** Persona que tiene a su cargo la prestación de servicios de seguridad y protección y que para el desempeño de sus funciones no requiere de preparación profesional.
- **Amenaza:** Acontecimiento, cuya posible ocurrencia, implicaría un peligro, daño o perjuicio para la integridad física de personas, bienes y recursos, lo que se puede materializar mediante acciones concretas dirigidas a lograr ese fin.

- Jefe de seguridad y protección: Persona con preparación especializada y nivel superior, que asesora, organiza, dirige y controla el Sistema de Seguridad y Protección en los organismos, órganos y entidades.

Por su parte el Ministerio del Interior es el encargado de, entre otros aspectos, establecer los requerimientos para la elaboración de los planes de seguridad y protección física, dictar normas y procedimientos en materia de seguridad y protección física (MININT, 2001).

El servicio de seguridad y protección se brinda por personal perteneciente a: Empresas de Servicios Especializados de Seguridad y Protección, Empresas de Seguridad y Protección y Grupos de Seguridad Interna; así como, por el personal en funciones de sereno. Aunque también este Decreto Ley No. 186 establece en su Artículo 9, que los organismos, órganos y entidades, en coordinación con las organizaciones sindicales y estudiantiles, considerarán como parte del Sistema de Seguridad y Protección Física, la ejecución de la guardia obrera y estudiantil como complemento para fortalecer la vigilancia, en aquellos lugares donde esta se organice.

### **Aplicaciones de los PLI en sistemas de seguridad y protección**

Como se comenta en la introducción de este trabajo, en la organización de sistemas de vigilancia o de seguridad y protección no se han realizado muchas aplicaciones de modelos de localización. Las aplicaciones a problemas similares al tratado en la investigación, desarrollan o abordan modelos relacionados con la localización de estaciones de policía (Hakimi, 1964; Curtin et al., 2010), o abordan la localización de sensores para apoyar el proceso de vigilancia, en tres dimensiones mediante el uso del modelo MCLP y una extensión del mismo, con cobertura con respaldo (Murray et al., 2007b).

En otras aplicaciones se aborda la organización de sistemas de vigilancia o protección pero utilizan enfoques distintos al de la programación matemática o resuelven problemas distintos al de la localización de instalaciones; en su lugar aplican teoría de juegos (An et al., 2013), en varios de ellos aplican el juego atacante-defensor de Stackelberg (Uno, Katagiri, & Kato, 2012), por el tratamiento mediante simulación ((Melo, Belchior, & Furtado, 2006); (Reis, Melo, Coelho, & Furtado, 2006a); (Reis, Melo, Coelho, & Furtado, 2006b)), o por un interesante enfoque con algoritmos para políticas de seguridad aleatorias (Ordóñez et al., 2013). Esta cantidad, en comparación con los volúmenes de publicaciones que se encuentran en el área de la localización, es poca; ello evidencia que en esta área aún existe una brecha entre la teoría y la práctica. De igual modo en (Başar et al., 2012, p. 8) se demuestra que los problemas de localización de estaciones de policías han sido poco estudiados.

Por último, en (Ayfer Basar, 2011; Curtin et al., 2010; Melo et al., 2006; Ordóñez et al., 2013), se incluyen ejemplos de aplicaciones para el modelo *Police patrol area covering* (PPAC, por sus siglas en inglés) que usan variantes similares a este y otros modelos con enfoques distintos, pero que tratan de resolver problemas prácticos similares. A continuación se presenta el modelo PPAC desarrollado por Curtin, Hayslett y Qiu (Curtin et al., 2010).

#### **1.3.3.1.1 Police patrol area covering (PPAC)**

El PPAC está basado en un modelo de cobertura con *backup* (para los modelos con *backup* consultar (Farahani et al., 2012, p. 13)), el cual tiene el fin de localizar patrullas de la policía. En este modelo cada nodo de demanda se puede cubrir con cualquier número de instalaciones.

Para la formulación de este modelo se siguió la propuesta que se describe en (Farahani et al., 2012, p. 14), que se presenta a continuación.

Sea  $I$  el conjunto de los lugares de incidentes conocidos, y  $J$  el conjunto de los lugares de posibles localizaciones para los centros de mando de la patrulla de la policía.  $N_i = \{j \in J : d_{ij} \leq S\}$ . Se define  $x_j$  como una variable de decisión binaria que será 1 si se localiza una patrulla de policía en el sitio  $j$  y 0 de otra forma, y otra variable binaria  $z_i$  que será 1 si el sitio de incidencias  $i$  es cubierto por al menos una zona de patrulla y 0 si no. Sea  $p$  el número de zonas de patrulla de la policía a ser ubicado. Y por último,  $h_i$  como la demanda o nivel de incidentes de crímenes de un nodo  $i$ .

Modelo del PPAC:

$$\max \sum_{i \in I} h_i z_i \quad (21)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i, \quad \forall i \in I \quad (22)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad (23)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J \quad (24)$$

$$z_i \in \{0, 1, \dots, p-1, p\}, \quad \forall i \in I \quad (25)$$

El objetivo (21) maximiza la demanda o el nivel de incidentes cubiertos por las patrullas. Las restricciones (22) garantizan que un punto de incidentes  $i$  esté cubierto solo si una o más patrullas se colocan dentro de la norma de la distancia, y dado que  $z_i$  no es en este caso binaria, entonces (22) también permite que un punto de incidentes  $i$  sea cubierto por más de una patrulla. La restricción (23) especifica que el número total de patrullas disponibles es igual a  $p$ .

Este modelo, a pesar de que es desarrollado para una problemática similar a la que se estudia en este trabajo, para el propósito de esta investigación tiene dos inconvenientes: en primer lugar utiliza *backup*, lo cual en este caso no se considera necesario, aunque si se sustituye la restricción (25) por  $z_i \in \{0, 1\}, \forall i \in I$ , el modelo que resulta es similar al MCLP; en segundo lugar en (21),  $h_i$  representa el nivel de incidentes de crímenes de un nodo  $i$ , y no es posible obtener este índice en esta investigación.

## 1.4 Estrategias de resolución.

Cómo tratar numéricamente un problema de localización dependerá, fundamentalmente, de cuántas variables (cuántas posibles ubicaciones) se tengan. En el caso en el que se tenga un conjunto pequeño de posibles ubicaciones, el problema de localización, desde un punto de vista numérico, puede ser resuelto de forma simple. Sin embargo, cuando el número de soluciones posibles se hace grande (o infinito) se debe recurrir a algoritmos numéricos que resuelvan el problema.

Resolver un problema de localización con un conjunto infinito de soluciones posibles (todos las de una región) puede ser computacionalmente más simple que resolver problemas cuando el conjunto de posibles ubicaciones es finito: es decir, los problemas de localización continua pueden ser más sencillos que los de localización discreta (Carrizosa, 2005).

### 1.4.1 Métodos exactos.

Como en el caso del LSCP, el MCLP frecuentemente puede ser resuelto mediante el enfoque de programación entera mixta, ya que la relajación de programación lineal es a menudo entera.



También, relajar la restricción (11) e incluir la relajación Lagrangiana en el algoritmo branch and bound funciona de forma efectiva como método para resolver de forma exacta este problema. En (Snyder, 2011) se describen métodos exactos y heurísticos para resolver ambos problemas.

En el *p-mediana* relajar la restricción (2) resulta en una relajación Lagrangiana efectiva que puede ser incluida también en un branch and bound para obtener soluciones óptimas. Como plantea Daskin (Daskin, 2008, p. 6) el conjunto de restricciones (6) puede ser relajado con (26) ya que cada nodo de demanda será automáticamente asignado al sitio abierto más cercano en cualquier solución factible.

$$0 \leq y_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I; \quad \forall j \in J \quad (26)$$

Para el caso de este problema en (Baiou & Barahona, 2011) se hace un estudio de sus conocidas relajaciones de programación lineal.

En (Farahani et al., 2012, p. 30) en el epígrafe 4.2 se analizan diferentes enfoques de solución de los distintos modelos presentados aquí, la cual es una buena referencia para abundar sobre las tendencias de los métodos de solución. Por otro lado, y en concordancia con Başar, Çatay y Ünlüyurt (Başar et al., 2012, p. 2), hoy en día las soluciones óptimas a varios problemas descritos en la literatura se pueden encontrar por medio de los avances en la capacidad computacional y en los métodos algorítmicos.

Dado el avance tecnológico, los grandes problemas de programación lineal entera, con cientos o miles de variables y restricciones, son comúnmente resueltos con la ayuda de lenguajes de modelado algebraico vinculados a solvers u optimizadores. Luego, al utilizar este enfoque de programación lineal, se pueden enfrentar los problemas de localización con ayuda de estos paquetes.

Se pueden encontrar muchísimas alternativas de programas que aparecen descritas en la guía NEOS, <http://www.neos-guide.org/solver-software>, u otros como Pyomo ((Hart, Laird, Watson, & Woodruff, 2012), (Gift, 2013)), que también se puede utilizar para problemas no lineales y que ha ganado popularidad por la posibilidad de trabajar en la nube en servidores dedicados a este propósito.

Para facilitar el trabajo con estos optimizadores existen muchos lenguajes de modelado (el clásico GAMS, LINGO, AMPL, o algún añadido a la hoja de cálculo Excel como OpenSolver), que permiten escribir los problemas en un formato natural o más comprensible para los que no están familiarizados con la programación.

### 1.4.2 Métodos inexactos.

Una posible manera de definir estos métodos es como procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común, que se suponen ofrecerán una buena solución a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido; definición de heurísticas utilizada por Urquiza (Urquiza, 2012).

Al ahondar en la definición, las técnicas heurísticas son entonces algoritmos que encuentran soluciones de buena calidad para problemas combinatorios complejos explotando el conocimiento del dominio de aplicación. Son fáciles de implementar y encuentran buenas soluciones con esfuerzos computacionales relativamente pequeños; sin embargo, renuncian (desde el punto de vista teórico) a encontrar la solución óptima global de un problema. En problemas de gran tamaño rara vez un algoritmo heurístico encuentra la solución óptima global.

Por otro lado como estrategias generales de diseños de heurísticas aparecen las metaheurísticas. Los algoritmos metaheurísticos son de propósito general, que no dependen del problema, y que ofrecen buenos resultados pero que normalmente no ofrecen “la” solución óptima, sino soluciones

subóptimas. Luego, se puede plantear que las metaheurísticas son algoritmos flexibles o inteligentes a la hora de buscar las soluciones en el espacio de búsqueda del problema a la que fue aplicada.

En correspondencia con Santisteban (Urquiza, 2012), se acostumbra utilizar las metaheurísticas para aquellos problemas en que no existe un algoritmo o heurística específicos que los resuelva, o bien cuando no es práctico implementar dichos métodos.

Se considera que no es práctico cuando:

- el método exacto de resolución requiere mucho tiempo de cálculo o memoria.
- no se necesita la solución óptima.
- los datos son poco fiables o cuando el modelo simplifica mucho la realidad.
- limitaciones de tiempo y espacio obliguen el empleo de métodos de rápida respuesta como paso intermedio en la aplicación de otro algoritmo.

(Modificado de (Urquiza, 2012) ya que en la 3ra consideración se plantea “... cuando el modelo es una simplificación de la realidad” y normalmente un modelo es una simplificación de la realidad)

En los métodos inexactos para resolver problemas de localización, los enfoques más usados son: Algoritmos Genéticos, Búsqueda Tabú, Recocido Simulado, Colonia de Hormigas y Búsqueda Local; es posible encontrar más detalles sobre su uso en (Xueping Li et al., 2011, p. 21). En la figura 1.2 tomada y traducida de (Calvés, Gruart, Rodríguez, & Oller, 2009), se puede ver una panorámica general de estos métodos con sus clasificaciones, relaciones y puntos en común; y se recomienda dirigirse para profundizar a (Fulginei & Salvini, 2007) o (Urquiza, 2012).

Ejemplos del uso de algunos de estos algoritmos para resolver problemas de localización pueden encontrarse en (Krivitski, Schuster, & Wolff, 2007; Medina, 2009; Mladenović, Brimberg, Hansen, & Moreno-Pérez, 2007; Muñoz & Toro, 2011; Reis et al., 2006b; Toyoglu, Karasan, & Kara, 2012).

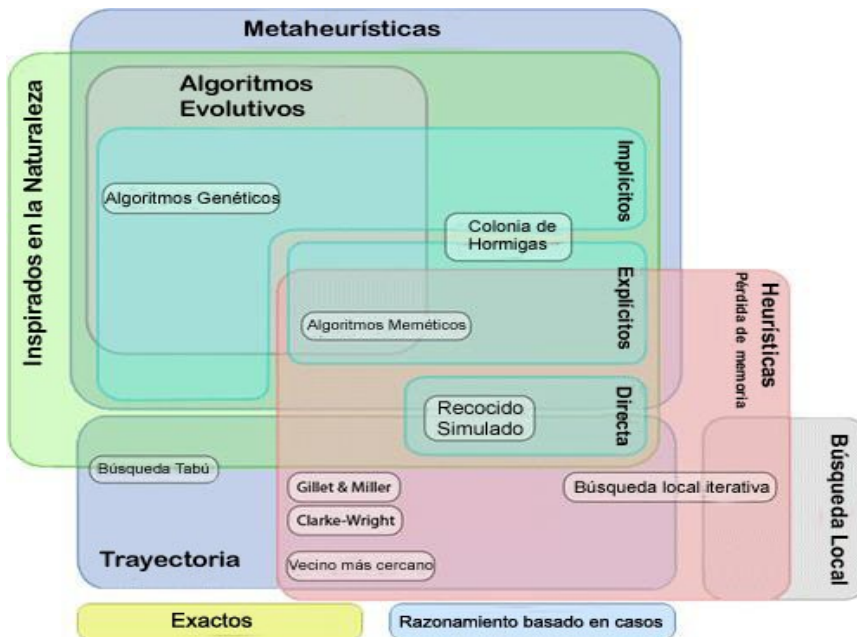


Figura 1.2: Clasificaciones de las metaheurísticas.

Al igual que en el acápite anterior, se pueden encontrar muchísimas alternativas de programas en la guía NEOS, <http://www.neos-guide.org/solver-software>, y también programas como Pyomo entre otros. Es decir, que se pueden utilizar los descritos en el epígrafe 1.4.1 para atacar también

problemas de localización, pero esta vez con metaheurísticas, ya que la mayoría de estos programas, contienen rutinas o funciones que usan métodos exactos e inexactos para la resolución de los problemas.

### ***1.5 Conclusiones parciales del capítulo.***

En el presente capítulo han sido analizados y resumidos elementos importantes de las principales estrategias de solución que se aplican al problema propuesto, una vez que se han caracterizado los modelos de localización (principalmente los discretos y de redes; y de ubicación de servicios de emergencia). Se constató que se han realizado muy pocas aplicaciones de modelos de localización a situaciones similares a la de los sistemas de seguridad y protección bajo estudio, y no se encontró ninguna aplicación de modelos de programación lineal de localización de instalaciones para determinar las ubicaciones óptimas de agentes de seguridad en el área donde esté emplazado un centro con múltiples edificaciones. El marco referencial desarrollado ha propiciado la selección de los elementos teóricos y las herramientas necesarias para atacar el mencionado problema.

---

# 2 Capítulo: Propuesta de solución.

---

## **2.1 Introducción**

En este capítulo se aborda la creación del modelo de ubicación física de los agentes de seguridad en toda la universidad y la de los estudiantes en la residencia. Se incluye la formalización de todos los elementos que componen el modelo. También se trata sobre los métodos empleados para resolver el problema de optimización generado por el modelo y su implementación en el OpenSolver.

## **2.2 Descripción general del problema.**

Como se había descrito en la introducción la mayor parte de la planificación del proceso o sistema de seguridad y protección, y en particular la forma de ubicar espacialmente las posiciones o los agentes participantes en el sistema de seguridad y protección en el área de la universidad, se realiza aún de forma tradicional, es decir, apoyada básicamente en la experiencia de sus participantes, y de esta forma no garantiza un eficiente uso de los vigilantes. Por lo cual no existe un proceso de planificación de la ubicación física de los vigilantes, dentro del sistema de seguridad y protección en el que se consideren otros criterios que tributen a garantizar un eficiente uso de los agentes participantes en el mismo. Para resolver este problema, como se analizó en el capítulo anterior, un buen criterio que se puede utilizar es el del enfoque de los problemas discretos de localización de sistemas de emergencia, si se considera la ubicación física del personal de seguridad en la planificación del sistema de vigilancia como un sistema de emergencia.

Si se tiene en cuenta la bibliografía revisada y de acuerdo con Borrás (Rocher, 2012), tradicionalmente, las tres vías para abordar el problema de la ubicación de las unidades de emergencia respecto al concepto del cubrimiento han sido:

1. La modelización de los sistemas mediante formulaciones lineales enteras, basadas en ciertas simplificaciones de los sistemas de emergencia (es la más utilizada y más sencilla, pues considera menos detalles).
2. Modelos basados en teoría de colas, que permiten analizar más detalladamente el comportamiento de los sistemas de emergencia (permiten realizar el estudio con más nivel de detalles, pero para ellos se dificultan los métodos de solución y son menos estudiados).

3. Simulación del sistema como último recurso para modelizar su extrema complejidad (muy costosa computacionalmente y requiere más tiempo para recoger información necesaria, y por ende la menos utilizada).

Por otro lado, en el análisis de Başar y otros (Başar et al., 2012) sobre la localización de servicios de emergencia se evidencia que 42 de 84 artículos analizados usan programación lineal en enteros, es entonces la variante (1) descrita anteriormente una adecuada variante para atacar nuestro problema.

## **2.3 Formulación matemática del problema.**

El problema que se aborda consiste en aquel que enfrentan los responsables de la planificación del sistema de seguridad y protección, en el momento de decidir, en un área de 268 hectáreas y con múltiples objetivos a proteger, la ubicación física de las posiciones (para los agentes de seguridad y para los estudiantes) en la planificación del sistema de vigilancia, en el cual se debe decidir dónde y cuántas personas ubicar. Para ello es necesario en primera instancia, determinar cuáles áreas se deben proteger, para luego decidir los sitios potenciales donde ubicar el personal de seguridad. De esta forma lo que se desea es encontrar, por un lado, la cantidad de localizaciones mínima que cubra todas las áreas a proteger y por el otro, aquellas localizaciones que maximicen la cantidad de demanda cubierta por las instalaciones.

Para ello se contextualizan los diferentes elementos de un problema de localización a la situación que se estudia de la siguiente forma:

- Las instalaciones serán las postas, es decir, los objetos (en este caso sujetos) para los cuales se debe determinar una posición espacial con el fin de optimizar la interacción con otros objetos preexistentes.
- Las localizaciones, es decir, el lugar físico donde las instalaciones deben posicionarse será un conjunto finito de puntos que va a coincidir en este caso con todos los puntos considerados como puntos de demanda. Estos puntos se muestran con íconos en la figura 2.1.
- Los clientes o nodos de demanda serán un número finito de puntos que se distribuyen por toda el área de la universidad e incluyen a todos los docentes, edificios, etc. Es decir, todas las edificaciones de la universidad (o agrupaciones de estas) y puntos de acceso. Ellos se muestran con íconos en la figura 2.1.

Por otro lado se considera que las instalaciones no tienen restricciones de capacidad, es decir, que pueden atender toda la demanda que se les asigne; se considera que el modelo es para planificar un solo periodo a la vez; se considera además que cada cliente o nodo demanda debe ser cubierto por al menos una instalación, por lo que el modelo es de un nivel; y por último, todas las instalaciones a ubicar son del mismo tipo (aunque se tienen dos tipos de postas: agentes de seguridad y estudiantes, se resolverán dos problemas, uno para cada tipo de posta).

### **2.3.1 Definición de Demandas y Distancias**

#### **Demandas:**

Para el cálculo de las demandas (o peso de cada nodo) se tuvieron en cuenta dos elementos importantes: la población o cantidad de personas a proteger, y el patrimonio a proteger. Los valores de las mismas se pueden ver en el Anexo 1 .

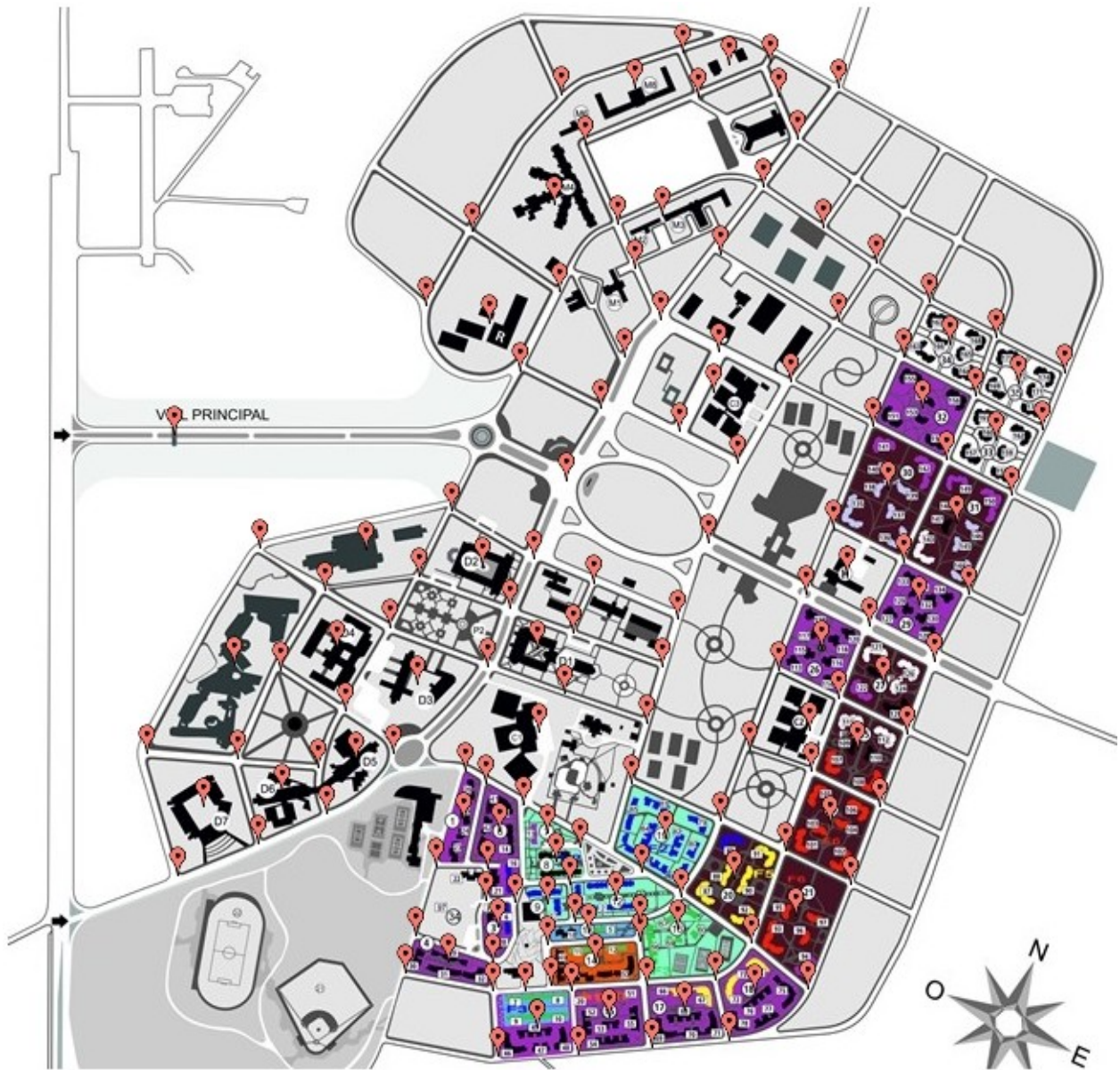


Figura 2.1: Objetivos a proteger y posibles localizaciones.

**Población:** Para calcular esta cantidad para cada nodo, el autor se auxilia de las herramientas SIGuci (GEYSED, 2013) y del sitio web Directorio UCI (Dirección de Informatización, s. f.), y se ha considerado que si un vértice o punto está asignado a una única edificación, el peso del vértice coincide con la población de la edificación. En el caso de que una zona o edificación tenga asignados varios vértices, la población se reparte a partes iguales entre todos ellos. Si un vértice está asignado a más de una edificación, su peso será la suma de los habitantes que les correspondan en cada edificación. Se consideró un total de 10539 personas.

**Patrimonio:** Para calcular esta cantidad para cada nodo, se hace uso del Listado Resumen de Activos Fijos de la universidad (Grupo de Activos Fijos Tangibles, 2014), y se ha considerado que si un vértice o punto está asignado a una única edificación, el peso del vértice coincide con el patrimonio de la edificación. En el caso de que una zona o edificación tenga asignados varios

vértices, el patrimonio se reparte a partes iguales entre todos ellos. Si un vértice está asignado a más de una edificación, su peso será la suma del patrimonio que le corresponda a cada edificación. Para el patrimonio no se tuvo en cuenta para ningún nodo el valor de las edificaciones, ya que los mismos no estaban desglosados por cada edificación en la fuente utilizada. Se consideró un patrimonio de 22 299 061, 95 pesos en moneda total.

### ***Distancias:***

Para medir la distancia entre los nodos se utilizó la Distancia Euclidiana. Normalmente el cálculo de las matrices de distancia de forma automatizada no debe suponer un problema, gracias a la existencia de los Sistemas de Información Geográfica (SIG), sin embargo, el acceso a los mismos no ha sido posible, pues las mejores propuestas son software propietarios (no libres de costo). Existen además varias alternativas libres pero que no todas se encuentran en los repositorios de software de nuestra institución; y por otro lado los mapas disponibles (en el formato adecuado para los SIG) no tienen la calidad o el nivel de detalle necesario. Para sortear este obstáculo se calculó la distancia entre todos los puntos mediante una herramienta (Pupo & Cortina, 2014) que se construyó para este propósito. Como resultado se obtienen dos matrices de distancias, una que considera todos los nodos del problema y otra que considera solo los nodos en el área de residencia de la universidad. Ambas matrices se pueden ver en la herramienta desarrollada ya que por su tamaño no se pueden mostrar en los anexos.

## ***2.3.2 Variables de decisión y objetivos de los modelos***

### ***Variables de decisión***

Para definir las variables de decisión es necesario responder la siguiente pregunta: ¿Qué se desea determinar en el modelo?

Y las respuestas esperadas son:

Para el primer problema, se necesita determinar la cantidad mínima de postas a ubicar para cubrir toda la demanda.

Para el segundo problema, se necesita determinar en qué localizaciones se ubica o no una posta.

Para ambas situaciones se consideran primero todos los nodos para los problemas de localización de los agentes de seguridad en toda el área de la UCI, y luego para los problemas de localización de los estudiantes en la residencia, al considerar solo los nodos en el área de residencia.

### ***Objetivos de los modelos***

Si se procede de forma análoga al epígrafe anterior se debe responder la pregunta: ¿Qué se desea optimizar en el modelo?

Y las respuestas esperadas, según las premisas dadas son: para el primer problema, lo que se desea es minimizar la cantidad de postas que se necesitan para cubrir todos los nodos de demanda; para el segundo, lo que se desea es maximizar la cantidad de demanda a cubrir con un número predeterminado de postas. Para ambas situaciones se consideran primero todos los nodos para los problemas de localización de los agentes de seguridad en toda el área de la UCI, y luego para los problemas de localización de los estudiantes en la residencia, al considerar solo los nodos en el área de residencia.

Para el caso de los problemas de MCLP a la hora de maximizar se deben tener en cuenta dos criterios: la población a cubrir y el patrimonio a cubrir; es decir, que se tienen dos funciones a maximizar, una  $(f_1(y))$  cuyos coeficientes  $(c_j)$  serán la población de cada nodo demanda y otra  $(f_2(y))$  cuyos coeficientes serán el patrimonio de cada nodo demanda.

Se puede necesitar entonces una función para manejar los objetivos a optimizar en una única función, de manera que, el modelo resultante pueda resolverse directamente mediante una aplicación inmediata de la programación entera, y para no tener que inducir al usuario a un conocimiento más profundo sobre el tratamiento de soluciones de modelos multiobjetivos (soluciones no dominadas o soluciones Pareto-óptimas, etc.). Existen varios enfoques para la unificación de la función objetivo (Método de los Promedios Ponderados, Programación de compromiso, etc ((Marler & Arora, 2004); (Ríos, 2010); (Marler & Arora, 2010)) y cada uno de ellos dispone de varias variantes. Otro ejemplo de unificación se puede ver en (Malekinezhad, Shirazi, & Aryanezhad, 2011). En este caso, se optó por el enfoque del método de los promedios ponderados.

### **Método de los promedios ponderados:**

El método obtiene la solución factible que maximice la suma ponderada de todos los objetivos y la formulación del modelo sería la siguiente:

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^q w_i \hat{f}_i(y)$$

Sujeto a las restricciones originales del modelo.

Donde:  $\hat{f}_i(y)$  es la función objetivo  $i$  normalizada.

$w_i$  el peso de importancia relativa del objetivo  $i$ , tal que  $\sum_{i=1}^q w_i = 1$ .

Y la Normalización de la Función Objetivo  $\hat{f}_i(y)$  se realiza mediante la siguiente expresión.

$$\hat{f}_i(y) = \frac{f_i(y) - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \quad \text{donde:}$$

$f_i^{\max}$  = Valor óptimo del objetivo  $i$ , optimizado independientemente (Valor ideal del objetivo  $i$ ).

$f_i^{\min}$  = Peor valor de la función objetivo  $i$  al evaluar las soluciones óptimas independientes de los otros objetivos.

Pero esta variante no nos satisface para nuestros problemas, ya que la normalización depende de los valores óptimos de cada función objetivo por separado, y a su vez, cada modelo depende de los parámetros  $p$  y  $r$  (cantidad disponible de agentes y radio de cobertura). Esta dependencia impide que al usar la hoja de cálculo el usuario pueda interactuar, como se pretende, con estos parámetros e investigar nuevos cubrimientos sin tener que modificar la función objetivo.

Luego, para evitar este inconveniente de la dependencia, si se utiliza un enfoque similar y el hecho de que ambas funciones objetivo  $(f_1(y) y f_2(y))$  utilizan las mismas variables, en lugar de normalizar las funciones objetivos, se van a normalizar los coeficientes de las funciones objetivo (se construye una variante similar a la definida en (Stanimirovic, Zlatanovic, & Petkovic, 2011, p. 4)).

Normalización de los coeficientes de las funciones objetivo:



$$c'_j = \frac{c_j - c_i^{\min}}{c_i^{\max} - c_i^{\min}}; \quad \forall j \text{ de los coeficientes de la función objetivo } i. \text{ Donde:}$$

$c_i^{\max}$  = Máximo valor de los coeficientes de la función objetivo  $i$ .

$c_i^{\min}$  = Valor mínimo de los coeficientes de la función objetivo  $i$ .

Con esta variante el modelo transformado, al unificar las funciones objetivo, es:

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^q w_i f'_i(y)$$

Sujeto a las restricciones originales del modelo.

Donde:  $f'_i(y)$  ahora es la función objetivo  $i$  con los coeficientes normalizados.

$w_i$  el peso de importancia relativa del objetivo  $i$ , tal que  $\sum_{i=1}^q w_i = 1$ .

## 2.4 Modelos.

Se presentan cuatro modelos, uno para el LSCP para los agentes de seguridad que considera toda el área de la UCI y un subproblema de este, para los estudiantes, que considera solo el área de residencia; y el otro para el MCLP para los agentes y para los estudiantes, de forma análoga a los de LSCP. Se resuelven de esta forma, pues ambos conjuntos de postas trabajan simultáneamente en un servicio de guardia, los agentes custodian toda la universidad y los estudiantes protegen la residencia como apoyo a los agentes y al mismo tiempo bajo la protección de los agentes.

Sea entonces  $I$  el conjunto de puntos o nodos de demanda (objetivos);  $i$  el índice para los objetivos;  $J$  el conjunto de las posibles localizaciones para las postas;  $j$  el índice para las posibles localizaciones;  $d_{ij}$  distancia del objetivo  $i$  a la posta en la localización  $j$ ;  $r$  el umbral de la distancia para que un objetivo sea considerado como cubierto;  $W_i$  el conjunto de localizaciones que cubren el objetivo  $i$ , es decir,  $W_i = \{j \in J : d_{ij} \leq r\}$ ; sea la matriz  $A$  cuyos elementos  $a_{ij}$  son parámetros binarios con valor 1 si y solo si la distancia de una posible localización  $j$  a un objetivo  $i$  no es mayor que  $r$ , es decir, para cada fila  $i$  el elemento  $a_{ij}$  será igual a 1 si  $j \in W_i$ . Sean  $h_i, y, k_i$  las demandas del objetivo  $i$  (población y patrimonio del objetivo respectivamente);  $p$  el número total de postas a localizar;  $y_i$  variable binaria, igual a 1 si y solo si el objetivo  $i$  es cubierto al menos una vez. Por último, sea  $x_j$  variable binaria, igual a 1 si y solo si una posta es localizada en el sitio  $j$ .

### 2.4.1 LSCP para los agentes de seguridad

Modelo del LSCP, o también llamado Minimum Cardinality Set Covering Problem (MCSCP, por sus siglas en inglés) (Farahani et al., 2012, p. 3):

$$\min \sum_{j=1}^n x_j \quad (27)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad \forall i (i=1, \dots, m) \quad (28)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j=1, \dots, n; \text{ con } n=m=154 \quad (29)$$

En la formulación anterior, la función objetivo (27) minimiza el número total de agentes de seguridad (postas) requeridos para proteger todos los objetivos de la universidad. El conjunto de restricciones (28) especifica que todos los objetivos deben estar cubiertos por al menos una posta.

### 2.4.2 LSCP para los estudiantes en la residencia

Modelo del LSCP:

$$\min \sum_{j=1}^n x_j \quad (30)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, \quad \forall i (i=1, \dots, m) \quad (31)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j=1, \dots, n; \text{ con } n=m=84 \quad (32)$$

En la formulación anterior, la función objetivo (30) minimiza el número total de postas de estudiantes requeridas para proteger toda la residencia. El conjunto de restricciones (31) especifica que todos los objetivos de residencia deben estar cubiertos por al menos una posta de estudiantes.

### 2.4.3 MCLP para los agentes de seguridad

Modelo del MCPL:

$$\text{objetivo 1 } \max f_1(y) = \sum_{i=1}^m h_i y_i \quad (33)$$

$$\text{objetivo 2 } \max f_2(y) = \sum_{i=1}^m k_i y_i$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq y_i, \quad \forall i (i=1, \dots, m) \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = p \quad (35)$$

$$x_j, y_i \in \{0,1\}, j=1, \dots, n; i=1, \dots, m; \text{ con } n=m=154 \quad (36)$$

Los objetivos en (33) maximizan la demanda cubierta por  $p$  agentes de seguridad. Las restricciones (34) garantizan que un objetivo  $i$  esté cubierto solo si uno o más agentes de seguridad se colocan dentro de la norma de la distancia, y la restricción (35) especifica que el número total de agentes de seguridad disponible es igual a  $p$ .

Se debe tener presente que al ser este problema multiobjetivo la idea de una solución para el mismo puede no ser clara, porque un único punto que minimiza simultáneamente todos los objetivos por lo general no existe. Por lo tanto la solución de un problema multiobjetivo resulta en un conjunto de soluciones, y el tomador de decisiones debe estar interesado en el conjunto de puntos de Pareto porque representa soluciones que son mejores que cualquier otra con respecto a al menos uno de los criterios de interés. Una solución es un punto óptimo de Pareto si no es posible moverse de ese punto y mejorar al menos una función objetivo sin detrimento de cualquier otra función objetivo (una

definición formal de punto “eficiente” o Pareto óptimo puede encontrarse en (Chanta et al., 2014, p. 9) donde se trata una clase de problema similar al nuestro, y retomando las definiciones relacionadas con estas soluciones, con más rigor, pueden consultarse en (Marler & Arora, 2004, p. 371)).

Por otro lado la técnica de solución depende de varios factores, como la complejidad del problema, el tiempo disponible y el nivel de exactitud requerido en la solución. En este caso, el problema, reducido a un solo objetivo, puede resolverse en un tiempo corto –a través de software de optimización–, lo que permite utilizar técnicas para buscar soluciones eficientes.

#### 2.4.4 MCLP para los estudiantes en la residencia

Modelo del MCPL:

$$\begin{aligned} \text{objetivo 1 } \max f_1(y) &= \sum_{i=1}^m h_i y_i \\ \text{objetivo 2 } \max f_2(y) &= \sum_{i=1}^m k_i y_i \end{aligned} \quad (37)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq y_i, \quad \forall i (i=1, \dots, m) \quad (38)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = p \quad (39)$$

$$x_j, y_i \in \{0,1\}, \quad j=1, \dots, n; i=1, \dots, m; \text{ con } n=m=84 \quad (40)$$

Los objetivos en (37) maximizan la demanda cubierta por  $p$  postas de estudiantes. Las restricciones (38) garantizan que un objetivo  $i$  en la residencia esté cubierto solo si una o más postas de estudiantes se colocan dentro de la norma de la distancia, y la restricción (39) especifica que el número total de postas de estudiantes disponibles es igual a  $p$ .

### 2.5 Herramienta usada para resolver los problemas de localización.

OpenSolver es un optimizador de código abierto para problemas lineales y enteros para Microsoft Excel. Es un añadido que extiende con más potencia al complemento "Solver"<sup>2</sup> que viene por defecto en Excel (Mason, 2012) y que solo puede lidiar con problemas de hasta 200 variables y restricciones como máximo. OpenSolver presenta las siguientes características:

- Utiliza el excelente y de código abierto motor de optimización CBC de COIN-OR («Computational Infrastructure for Operations Research Home Page», s. f.), para resolver rápidamente grandes problemas lineales y enteros.
- Compatible con los modelos de “Solver” existentes, así que no hay necesidad de cambiar sus hojas de cálculo.
- Sin límites artificiales en el tamaño del problema que es posible solucionar.
- Es libre y de código abierto bajo la licencia GPL (por sus siglas en inglés).

<sup>2</sup> Complemento de Microsoft Excel para resolver problemas de optimización.

Como se explica con mayor profundidad en («Computational Infrastructure for Operations Research Home Page», s. f.), Cbc (Coin-or branch and cut) es un solver de código abierto para programación entera mixta escrito en C++. Puede ser utilizado como una biblioteca<sup>3</sup> (del inglés library) o independiente como ejecutable y se le puede llamar a través de AMPL, GAMS, MPL, AIMMS, PuLP, CMPL, OpenSolver de Excel, y JuMP. Y aplica los métodos de Branch-and-Cut y Branch-and-Bound para resolver los problemas de programación lineal entera de forma exacta.

En (Aeschbacher, 2012) se hace un análisis de la factibilidad de usar OpenSolver y GAMS como sistemas libres para resolver problemas de programación entera mixta de gran escala. En esta fuente, que constituye el trabajo de tesis de maestría de Aeschbacher, se comparan estos solvers mediante la resolución de un modelo de scheduling con aproximadamente 1900 variables y 5700 restricciones. OpenSolver encuentra una solución en solo 9 minutos, que en comparación con los paquetes de pago AMPL, en combinación con el solver CPLEX para el mismo problema (Ferrand, Magazine, Rao, & Glass, 2011), OpenSolver fue 80 veces más rápido, lo cual es un resultado abrumador.

Por otro lado, también en (Aeschbacher, 2012), se concluye que Excel con OpenSolver, y GAMS con el servidor NEO, obtienen resultados de alta calidad en poco tiempo. El primero obtiene soluciones óptimas siempre, mientras que el segundo a menudo obtiene soluciones subóptimas cercanas al óptimo.

Importante es señalar que en (Aeschbacher, 2012) solo se tiene en cuenta un problema, y se comparan tres combinaciones de software para resolverlo, luego, estos resultados pueden variar al resolver otros tipos de problemas enteros, por lo que se debe tener cautela al generalizar estas diferencias a cualquier tipo de problema de programación lineal entera.

No obstante, coincido con Aeschbacher (Aeschbacher, 2012) en que OpenSolver es una muy buena alternativa para resolver problemas de programación entera con cientos de variables y restricciones, y que cumple con la promesa de resolver problemas de gran tamaño; por lo que es usado para resolver nuestros problemas de localización.

Existen otras aplicaciones en la literatura que hacen uso de OpenSolver con buenos resultados, para conocer más al respecto se puede consultar (Perry, 2012), (Bertolino et al., 2011) y (García, María-Dolores, & García, 2005). De igual forma se puede consultar (Muriel, Brailsford, & Smith, 2014) para ver un ejemplo de uso de OpenSolver para resolver un problema bi-objetivo similar al MCLP definido anteriormente.

### *2.5.1 Implementación de los modelos en OpenSolver*

Dados los cuatro problemas a resolver, estos se modelan mediante el complemento OpenSolver, el cual, una vez instalado se muestra en la esquina superior derecha del Excel en la paleta “Datos”, como en la figura 2.2, en una hoja de cálculo. La herramienta se compone de 7 hojas de cálculo ubicadas en un mismo fichero, y se identifican por el nombre de cada problema en la pestaña que se encuentran en la parte inferior como en el Anexo 2 en la figura 3.18.

La modelación en la hoja de cálculo requiere, primero tener todos los parámetros necesarios ubicados convenientemente dentro de la hoja y designar una celda para cada variable de decisión (denominadas celdas cambiantes) para luego, según se describe en el modelo matemático correspondiente y utilizando una estructura matricial, combinar estos parámetros y variables en:

- Una Celda Objetivo: Casilla en la cual se calculará el resultado de la función objetivo.

---

<sup>3</sup> Conjunto de implementaciones funcionales, codificadas en un lenguaje de programación, que ofrece una interfaz bien definida para la funcionalidad que se invoca.

- Cada una de las restricciones: Casillas en las cuales se calcularán los miembros izquierdo y derecho de cada restricción (pues en este caso no es necesario que el miembro derecho sea una constante). Si la restricción se escribiera en su forma usual, entonces el lado izquierdo de cada restricción se calcula en función de las variables y los parámetros (según se describe en el modelo matemático correspondiente) en una celda para cada restricción.

Luego se llama al OpenSolver, y se define en este el modelo matemático (figuras 2.3 y 2.5) con los elementos anteriores y los parámetros propios de esta herramienta, como en las figuras 2.3 y 2.4, y se guarda el modelo. Al definir y guardar el modelo, como se puede ver en la figura 2.5, la herramienta señala con rectángulos de colores las celdas de las variables de decisión, restricciones y de la función objetivo, a esta última además le agrega la información sobre si se maximiza o si se minimiza.

A partir de este punto, para resolver un modelo, incluso aún al cambiar algunos valores de uno o varios parámetros, solo es necesario dar click en “Solve” (figura 2.2).

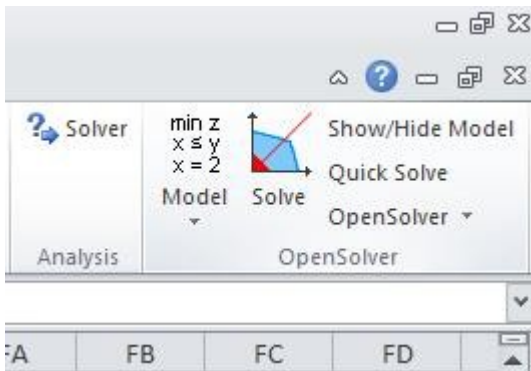


Figura 2.2: Posición del OpenSolver

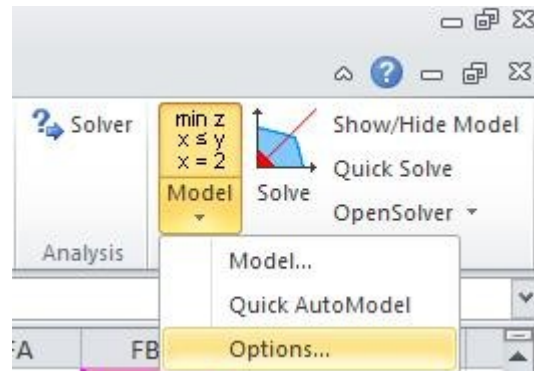


Figura 2.3: Seleccionar opciones

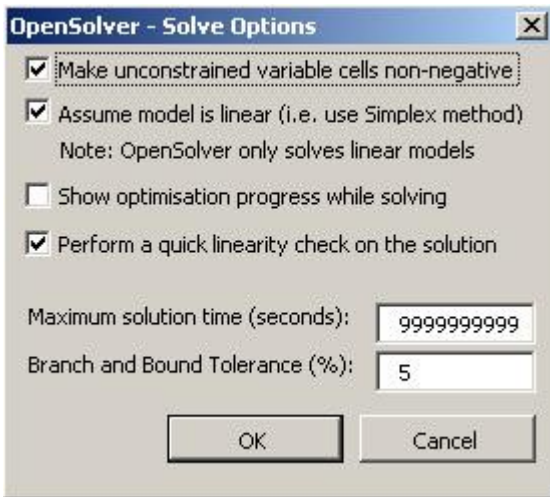


Figura 2.4: Opciones del solver a definir

ET	EU	EV	EW	EX	EY	EZ	FA	FB	FC	FD
45,3	53,7	70,3	103,8	115,5	143,2	147,2	116	1		
0,0	67,4	51,0	111,0	103,3	148,1	137,8	116	1		
67,4	0,0	44,3	50,2	68,9	89,6	96,8	116	1		
51,0	44,3	0,0	68,0	52,3	101,1	86,8	116	1		
111,0	50,2	68,0	0,0	46,6	39,4	57,7	116	1		
103,3	68,9	52,3	46,6	0,0	60,4	34,5	116	1		
148,1	89,6	101,1	39,4	60,4	0,0	45,7	116	1		
137,8	96,8	86,8	57,7	34,5	45,7	0,0	116	1		
116	116	116	116	116	116	116				
148	149	150	151	152	153	154				
0	0	0	0	0	1	0				
0	0	0	0	0	0	0	1	≥	1	
0	0	0	0	0	0	0	1	≥	1	
0	0	0	0	0	0	0	1	≥	1	

Figura 2.5: Vista parcial de un modelo

Los parámetros que se deben configurar en el solver de la herramienta, antes de resolver cualquier modelo son: el tiempo máximo de cómputo y la tolerancia del método de solución, la cual se definió en cero en este trabajo. Se deben tener presentes estos parámetros, ya que en el caso del primero el OpenSolver pudiera detenerse sin obtener una solución, porque consumió el tiempo de cómputo que se le había asignado; y en el caso del segundo parámetro, al tener los modelos a resolver variables en enteros, la tolerancia del método puede provocar aproximaciones. Para la solución propuesta se fijó en cero este parámetro para no permitir ninguna aproximación en las variables de decisión.

Si se tienen en cuenta las consideraciones generales anteriores sobre la modelación en la herramienta, los modelos a resolver quedan de la siguiente forma:

1. El modelo en el OpenSolver para el 1er problema a resolver estaría en la tercera pestaña de la hoja de cálculo e incluye 154 celdas para las variables (es decir, que tiene 154 variables de decisión) y aproximadamente 154 fórmulas que representan la mayor parte de las restricciones, pues si se consideran además las restricciones del dominio de las variables binarias, habría que adicionar 154 restricciones más a esta cuenta (lo cual es usual como estrategia de resolución, como se describió en 1.4.1).
2. El modelo del segundo problema estaría en la quinta pestaña de la hoja de cálculo e incluye 84 celdas para las variables y aproximadamente 84 fórmulas que representan la mayor parte de las restricciones, y de igual modo al anterior, si se consideran las restricciones de las variables binarias habría que adicionar 84 restricciones más.
3. El modelo del tercer problema estaría en la cuarta pestaña de la hoja de cálculo e incluye 308 celdas para las variables y aproximadamente 155 fórmulas que representan la mayor parte de las restricciones, y de igual modo al anterior, si se consideran las restricciones de las variables binarias habría que adicionar 308 restricciones más.
4. El modelo del cuarto problema estaría en la sexta pestaña de la hoja de cálculo e incluye 168 celdas para las variables y aproximadamente 85 fórmulas que representan la mayor parte de las restricciones, y de igual modo al anterior, si se consideran las restricciones de las variables binarias habría que adicionar 168 restricciones más.

Como se puede observar los problemas 1, 3 y 4 (según el orden en que se presentan los modelos en el epígrafe 2.4) no se podían resolver si se usaba el complemento clásico del Excel para optimización, pues exceden las cantidades de variables y restricciones que este complemento soporta.

En la propuesta de solución, inicialmente algunos parámetros tienen asignados los valores que se usan hoy en el sistema de seguridad de la UCI, y luego se usa una sugerencia de valores, por ejemplo  $r$  se propone igual a 90 metros, pues en los documentos que norman la organización y el funcionamiento del sistema de vigilancia (Consejo de Estado, 1999; MININT, 2001) no se especifica este radio o un área equivalente que deben cubrir los agentes; y si se tienen en cuenta los programas de formación del personal de seguridad a nivel internacional, como por ejemplo el de España (Secretaría de Estado de seguridad, 2012, p. 84629), en el que los agentes deben vencer una prueba de eficiencia física que consiste en correr 400 metros en menos de un tiempo establecido, por lo que se infiere que deben ser capaces de cubrir un objetivo al menos a una distancia similar a la mitad de lo exigido en dicha prueba, y si a ello se le adicionan elementos como la interrupción de la visibilidad y la accesibilidad a determinados puntos debido a presencia de edificaciones u otros tipos de obstáculos; las diferencias naturales de los horarios diurno y nocturno; dificultades de los medio de comunicación y otras, que se exponen en (UCI, 2014); es por ello que finalmente se propone considerar 90 metros como alcance para  $r$ . Otros parámetros se fijan en valores que se usan hoy en el

sistema de vigilancia, por ejemplo  $p$ , es decir, la cantidad de custodios de que se dispone para un turno de guardia, y los pesos de cada uno de los dos objetivos de cada problema se toman iguales a  $\frac{1}{2}$ , para asumir inicialmente la misma importancia para cada objetivo. El análisis de las decisiones en el próximo capítulo se hará con estos valores como referencia.

### **Interacción de los usuarios con la herramienta**

Los usuarios de la herramienta de solución trabajarían solo con los problemas 3 y 4 (pestañas 4 y 6 respectivamente), ya que los problemas 1 y 2 se usan con propósitos de análisis, para obtener la solución “ideal” de cobertura, y comparar con las variantes que se usan hoy en la universidad.

Luego, en el caso de los problemas 3 y 4, los parámetros que los usuarios pueden cambiar según las necesidades de la planificación del sistema de seguridad y protección son:

- El número de postas disponibles (parámetro  $p$  del modelo)
- La cantidad máxima de metros que cubre un agente de seguridad (o estudiante según el modelo usado), es decir, el radio de acción que, dadas las capacidades físicas y objetivas, puede con seguridad proteger el agente (parámetro  $r$  del modelo).
- Los pesos a asignar a cada uno de los dos objetivos a optimizar para cada problema (parámetros  $w_1$  y  $w_2$  del modelo).
- Y el parámetro **Noche** con valores 0 o 1, 1 si el modelo considera este horario y 0 sino. La variación de este parámetro cambiaría fundamentalmente la cantidad de personas que se encuentran en las edificaciones de los docentes y de la zona productiva.

En el caso de  $w_1$  y  $w_2$  los valores que se recomiendan son solo las combinaciones: (1, 0), (0, 1) y ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ ). Esto se debe a que por el significado de estos objetivos a optimizar (maximizar el patrimonio a cubrir y maximizar la cantidad de personas a proteger) por cuestiones más que claras, no se quiere poner al decisor en la situación de definir mentalmente un valor monetario de la protección de una persona (lo cual necesitaría hacer para poder definir la relación entre los pesos) (Tricoire et al., 2012, p. 5), luego, los valores propuestos se aplicarían por ejemplo, al caso de la ubicación en período vacacional, cuando no hay personas en la residencia ni los docentes, luego en este caso se le puede dar peso 1 al objetivo de proteger el patrimonio y 0 al otro, para que la ubicación óptima de las postas se determine al considerar solo el objetivo de proteger el patrimonio.

En la figura 3.19 del Anexo 3 se puede observar cómo sería la pestaña de la hoja de cálculo de la herramienta que permite el cambio de los parámetros.

## **2.6 Conclusiones parciales del capítulo.**

En el presente capítulo han sido formalizados los modelos bi-objetivo para la ubicación física de las postas y se han descrito cada uno de sus elementos. También se ha descrito la modelación de estos problemas en la herramienta OpenSolver y su estructura, así como explicado el grado de interactividad de la misma.

---

# 3 Capítulo: Análisis de los resultados.

---

## 3.1 Introducción

Los resultados que se reportan sobre la aplicación de la propuesta de solución corresponden a los datos reales del problema. Los mismos se resuelven para varias variantes de modelos que se pueden aplicar para encontrar la cantidad de postas que se deberían ubicar según los criterios de optimización propuestos. Luego se resuelven variantes que tienen en cuenta los recursos actuales con que se cuenta para cubrir las postas y comparar con la variante que se usa en la universidad para la ubicación de las postas. Para la obtención de los resultados se resuelven 83 problemas de programación lineal entera.

## 3.2 Cantidad mínima de postas necesarias dado un radio $r$ .

### 3.2.1 LSCP para la UCI con un radio de 30 metros.

En entrevista con los responsables del sistema de seguridad y protección se obtuvo la información siguiente: los agentes de seguridad que prestan este servicio a la UCI (SEPCOM) al proteger un objetivo cubren un área con un radio aproximado de 30 metros, por motivos de visibilidad y falta de algunas herramientas necesarias para el servicio.

Al considerar este dato, con radio de cobertura  $r$  igual a 30 m, se obtiene como resultado del modelo LSCP que se necesitan 111 postas para cubrir todos los objetivos de la UCI. Y las localizaciones de los mismos se pueden ver en la figura 3.1. Los lugares donde se deben localizar las postas se señalan con el ícono rojo en forma de gota invertida y el área que cubre cada posta se señala con la circunferencia gris semi transparente.



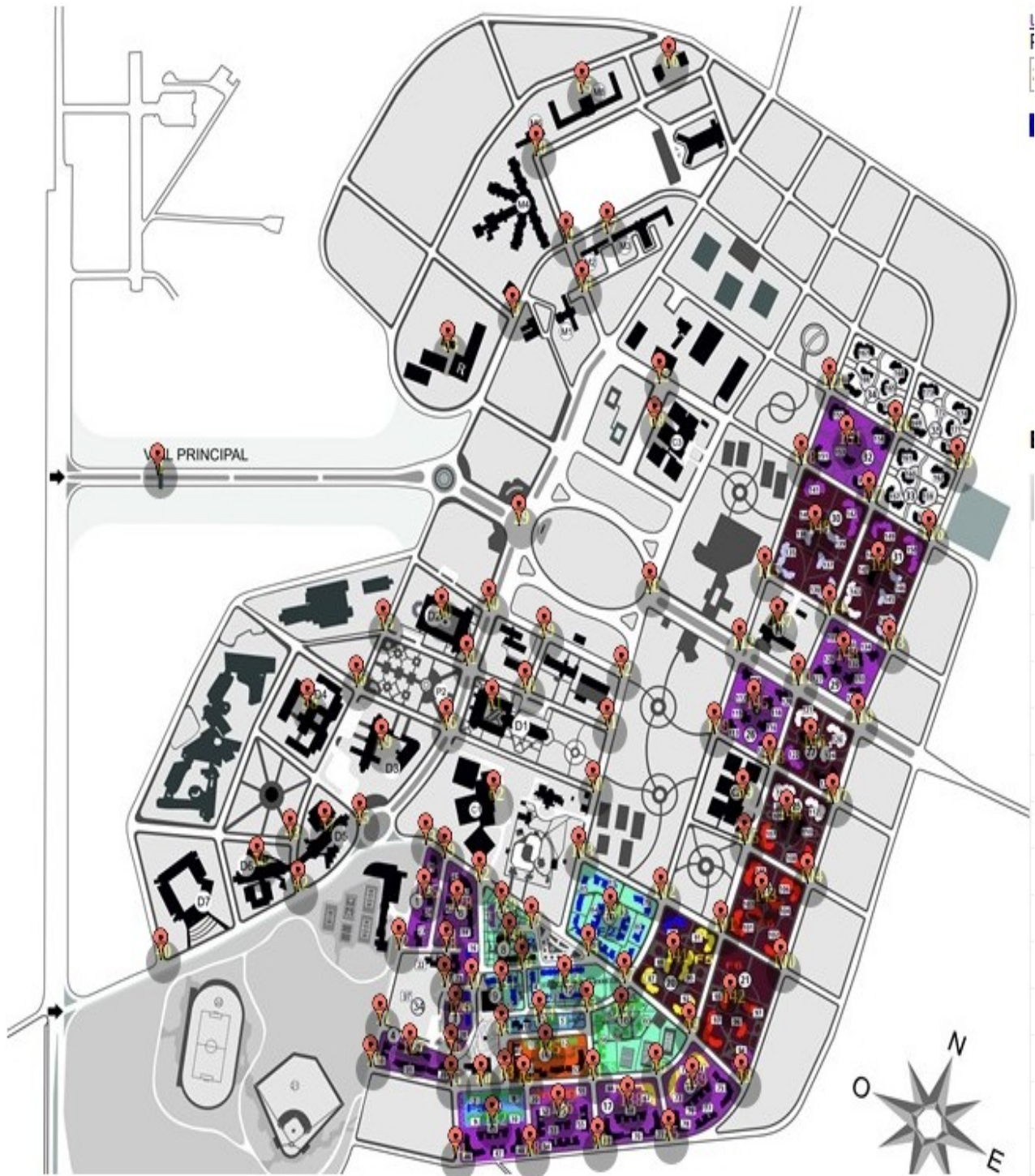


Figura 3.1: Solución LSCP UCI 30m

### 3.2.2 LSCP para la UCI con un radio de 90 metros.

Si se consideran las fuentes revisadas y los aspectos relacionados con la visibilidad, etc., descritos en el epígrafe 2.5.1, se propone que un agente al proteger un objetivo cubra un área con un radio de cobertura  $r$  igual a 90 m. Con este valor para ese parámetro, del modelo LSCP se obtiene que se

necesitan 43 agentes para cubrir toda la universidad. Y las localizaciones de los mismos se pueden ver en la figura 3.2.



Figura 3.2: Solución LSCP UCI 90m

### 3.2.3 LSCP para la beca con un radio de 80 metros.

Con  $r = 80$ , del modelo LSCP para el área de residencia se obtiene que se necesitan 36 postas para cubrir toda la residencia. Y las localizaciones de las mismos se pueden ver en la figura 3.3.

### 3.3 Modelo MCLP para un número $p$ de agentes.

En los resultados de los modelos LSCP se determinó el número mínimo de postas necesarias para cubrir todos los objetivos, sin embargo, hoy no se cuenta con esta cantidad de agentes para cubrir todos los objetivos. En el caso de los agentes de seguridad por el momento se cuenta o se utilizan solo 25 para un turno, y en el caso de la beca solo se cuenta con 7 postas de estudiantes.



Figura 3.3: Solución LSCP Beca 80m

A continuación se muestran los resultados del modelo MCLP para obtener las localizaciones de  $p$  postas que maximicen ambos objetivos al variar el parámetro  $r$ , al considerar si es de día o de noche, y se analiza el balance o *trade-off* entre  $w_1$  y  $w_2$ .

### 3.3.1 MCLP para la UCI con un radio de 30 metros y 25 postas.

#### **Si es de día (parámetro Noche en 0 y $r = 30$ )**

Al solucionar el modelo, con los parámetros especificados, el punto o solución ideal para el problema bi-objetivo es alcanzar un 57,2332 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 72,4980 % del objetivo 2. Al ser un modelo bi-objetivo esta solución ideal es inalcanzable, luego, lo que se pretende es encontrar una solución (o conjunto) que esté lo más cercana posible a la ideal, para ello se van a variar los pesos asignados a cada objetivo y ver cómo se comportan las soluciones.

Al variar los parámetros  $w_1$  y  $w_2$  en un paso de 0.1 el balance entre los mismos se puede observar en la figura 3.4; además en la figura 3.5 se puede observar la relación de cada una de las soluciones con el punto ideal. La tabla 1 muestra los valores máximos (del porcentaje de cumplimiento) alcanzados por cada función objetivo para cada valor de  $w_1$ .

$w_1$	FO 1	FO 2
0	51,46436	72,49805
0,1	53,03941	72,39114
0,2	55,09836	71,86447
0,3	55,59175	71,68473
0,4	56,37928	71,10782
0,5	56,37928	71,10782
0,6	56,37928	71,10782
0,7	56,37928	71,10782
0,8	56,58802	70,0783
0,9	57,23322	64,41698
1	57,23322	63,20606

Tabla 1: Datos del trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p = 25$ ,  $r = 30$  de día

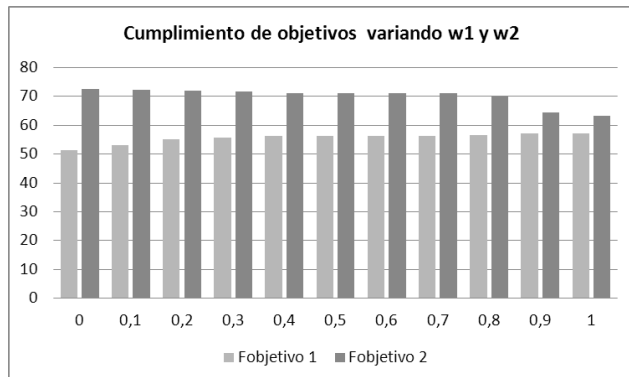


Figura 3.4: Trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p = 25$ ,  $r = 30$  de día

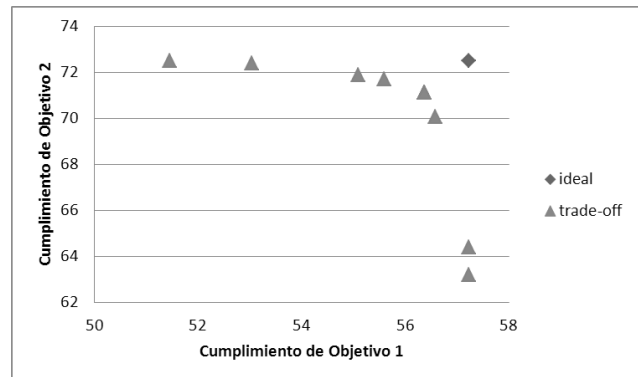


Figura 3.5: Punto ideal y trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p = 25$ ,  $r = 30$  de día

Las soluciones, es decir, las localizaciones óptimas para el problema MCPL de día con 30 metros de radio de cobertura y 25 agentes disponibles, al considerar la misma importancia para cada objetivo ( $w_1 = 0.5$ ) se pueden observar en la figura 3.6, y las mismas alcanzan un 56,3792 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 71,1078 % del objetivo 2. Y para  $w_1 = 0$  y  $w_1 = 1$  la solución se puede observar en los anexos (Anexo 4 y Anexo 5).

### Si es de noche (parámetro Noche en 1 y $r = 30$ )

Al solucionar el modelo, con los parámetros especificados, el punto o solución ideal para el problema bi-objetivo es alcanzar un 51,9894 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 72,4980 % del objetivo 2.

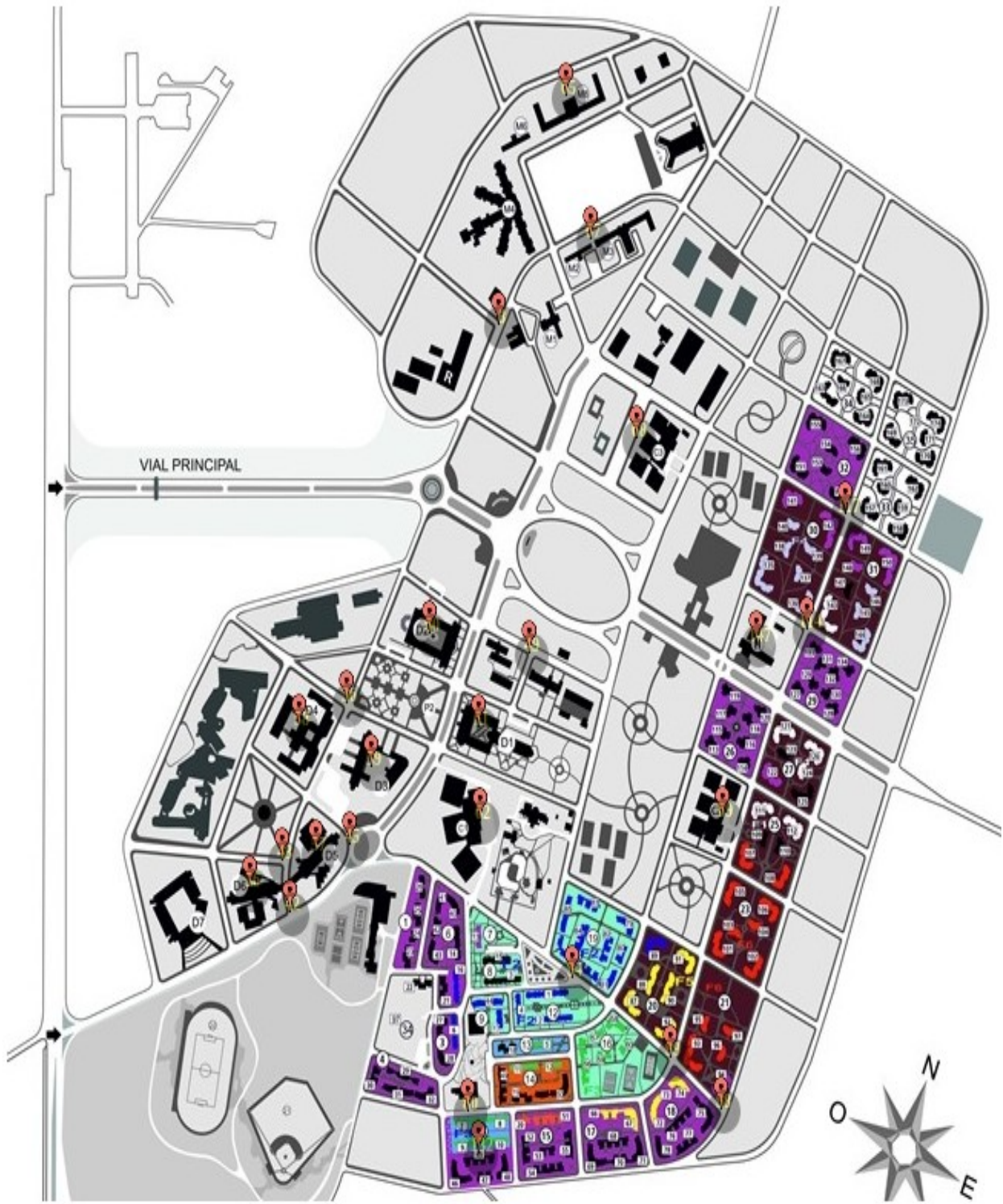


Figura 3.6: Solución MCLP UCI con 30m 25p día con  $w_1=0,5$

Al variar los parámetros  $w_1$  y  $w_2$  en un paso de 0.1, el balance entre los mismos se puede observar en la figura 3.8; además, en la figura 3.9 se aprecia la relación de cada una de las soluciones con el punto ideal. La tabla 2 muestra los valores máximos (del porcentaje de cumplimiento) alcanzados por cada función objetivo para cada valor de  $w_1$ .

Otro aspecto importante es saber cómo se comporta el cumplimiento de los objetivos al variar el parámetro  $p$ , en la figura 3.7 se muestra esta información con valores intercalados desde 26 hasta 41. Esta información solo se muestra para el caso de la noche que es el más crítico.

$w_1$	FO 1	FO 2
0	16,00797	72,49805
0,1	28,3613	70,79435
0,2	34,59635	68,25839
0,3	39,62615	64,39345
0,4	45,52458	56,58164
0,5	45,52458	56,58164
0,6	47,27252	50,48368
0,7	50,03642	37,76722
0,8	51,36878	28,54795
0,9	51,98948	20,97678
1	51,98948	20,91489

Tabla 2: Datos del trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p=25$ ,  $r=30$  de noche

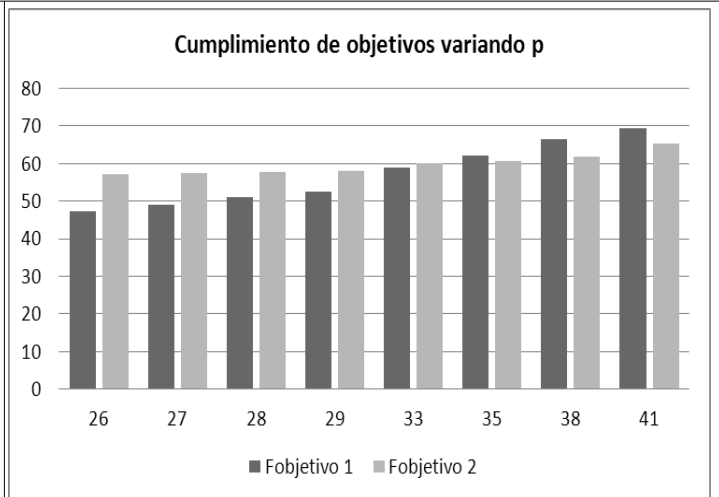


Figura 3.7: Cumplimiento de objetivos variando  $p$  en el día 30m

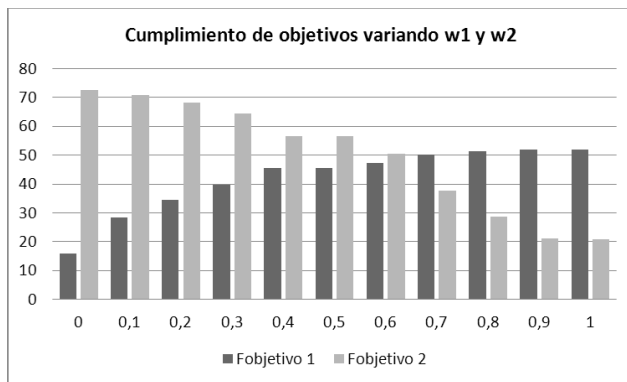


Figura 3.8: Trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p=25$ ,  $r=30$  de noche

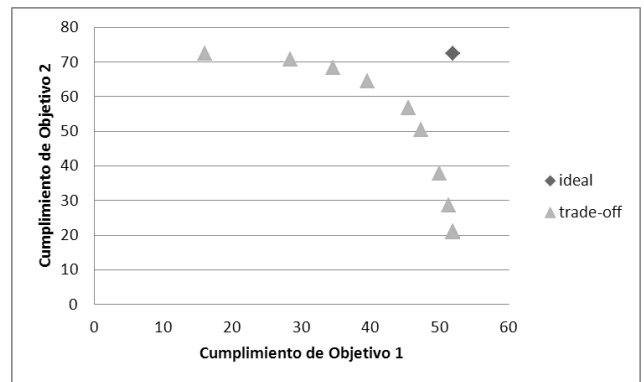


Figura 3.9: Punto ideal y trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p=25$ ,  $r=30$  de noche

Las soluciones, es decir, las localizaciones óptimas para el problema MCPL de noche con 30 metros de radio de cobertura y 25 agentes disponibles, al considerar la misma importancia para cada objetivo ( $w_1 = 0.5$ ) se pueden observar en la figura 3.10 y las mismas alcanzan un 45,5245 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 56,5816 % del objetivo 2.

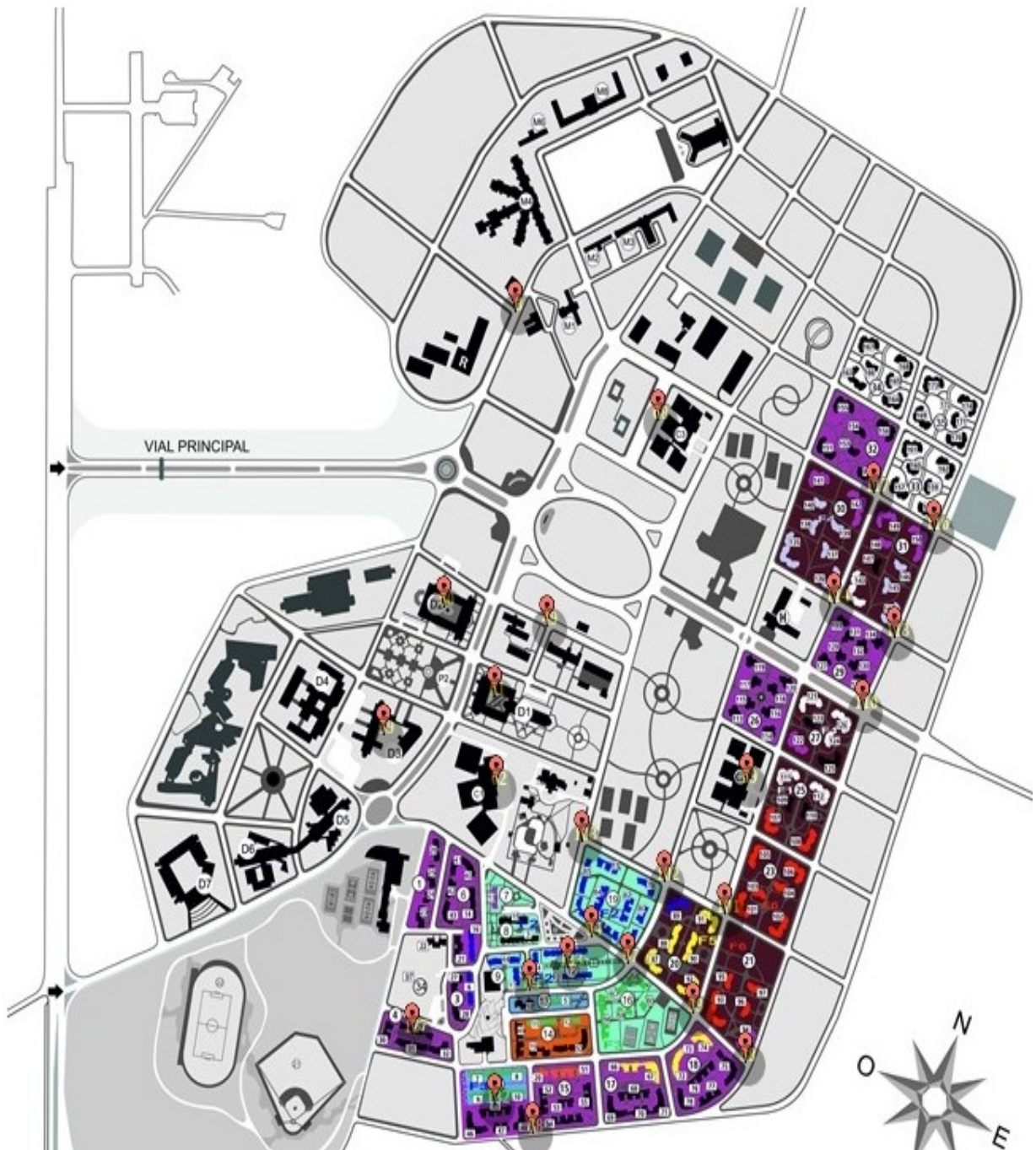


Figura 3.10: Solución MCLP UCI con 30m 25p noche con  $w_1=0,5$

### 3.3.2 MCLP para la UCI con un radio de 90 metros y 25 postas.

Los resultados que se presentan a continuación siguen la misma metodología que para el modelo MCLP con  $r = 30$ , pero ahora se considera el parámetro  $r = 90$  m.

#### **Si es de día (parámetro Noche en 0 y $r = 90$ )**

Al solucionar el modelo, con los parámetros especificados, el punto o solución ideal para el problema bi-objetivo es alcanzar un 93,4515 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 93,3265 % del

objetivo 2. Recordando que al igual que los resultados del epígrafe anterior, al ser un modelo bi objetivo esta solución ideal es inalcanzable, luego, lo que se pretende es encontrar una solución que esté lo más cercana posible a la ideal, para ello se van a variar los pesos asignados a cada objetivo y ver cómo se comportan las soluciones.

Al variar los parámetros  $w_1$  y  $w_2$  en un paso de 0.1 se puede observar en la figura 3.11 el balance de los objetivos y la relación de cada una de las soluciones con el punto ideal. La tabla 3 muestra los valores máximos alcanzados por cada función objetivo para cada valor de  $w_1$ .

$w_1$	FO 1	FO 2
0	90,50066	93,32652
0,1	90,96559	93,29808
0,2	90,96559	93,29808
0,3	92,46474	92,67082
0,4	92,46474	92,67082
0,5	93,45151	91,54694
0,6	93,45151	91,54694
0,7	93,45151	91,54694
0,8	93,45151	91,54694
0,9	93,45151	91,54694
1	93,45151	91,2106

Tabla 3: Datos del trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p = 25$ ,  $r = 90$  de día

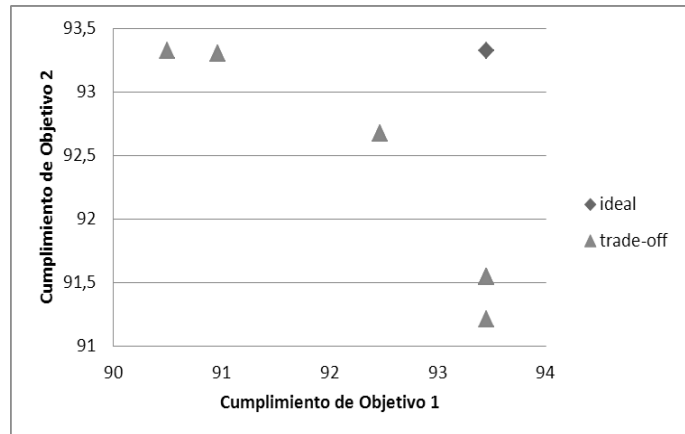


Figura 3.11: Punto ideal y trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p = 25$ ,  $r = 90$  de día

Las soluciones, es decir, las localizaciones óptimas para el problema MCPL de día con 90 metros de radio de cobertura y 25 agentes disponibles, al considerar la misma importancia para cada objetivo ( $w_1 = 0.5$ ), se pueden observar en la figura 3.12 y las mismas alcanzan un 93,4515 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 91,5469 % del objetivo 2.

### Si es de noche (parámetro Noche en 1 y $r = 90$ )

Al solucionar el modelo con los parámetros especificados, el punto o solución ideal para el problema bi-objetivo es alcanzar un 97,3034 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 93,3265 % del objetivo 2.

Al variar los parámetros  $w_1$  y  $w_2$  en un paso de 0.1 se puede observar en la figura 3.13 el balance de los objetivos y la relación de cada una de las soluciones con el punto ideal. La tabla 4 muestra los valores máximos alcanzados por cada función objetivo para cada valor de  $w_1$ .

Otro aspecto importante es saber cómo se comporta el cumplimiento de los objetivos al variar el parámetro  $p$ , en la figura 3.14 se muestra esta información con valores intercalados desde 15 hasta 29. Esta información solo se muestra para el caso de la noche que es el más crítico.



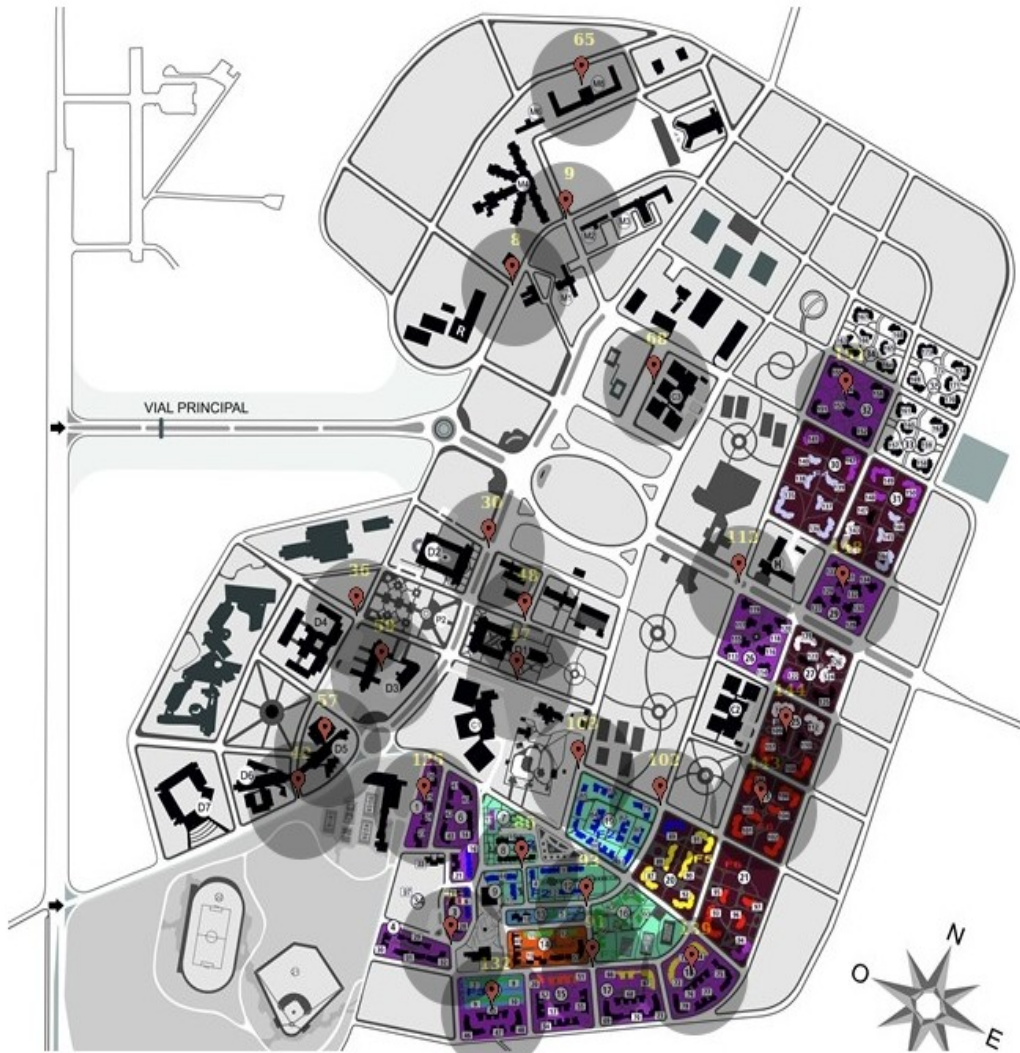


Figura 3.12: Solución MCLP UCI con 90m 25p día con  $w_1=0,5$

$W_1$	FO 1	FO 2
0	83,60095	93,32652
0,1	87,93157	92,75981
0,2	92,05957	90,96852
0,3	93,58323	89,71899
0,4	94,56422	88,31523
0,5	95,06149	87,32163
0,6	95,06149	87,32163
0,7	95,06149	87,32163
0,8	96,79624	75,90117
0,9	97,25998	70,64975
1	97,30341	69,45306

Tabla 4: Datos del trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p=25$ ,  $r=90$  de noche

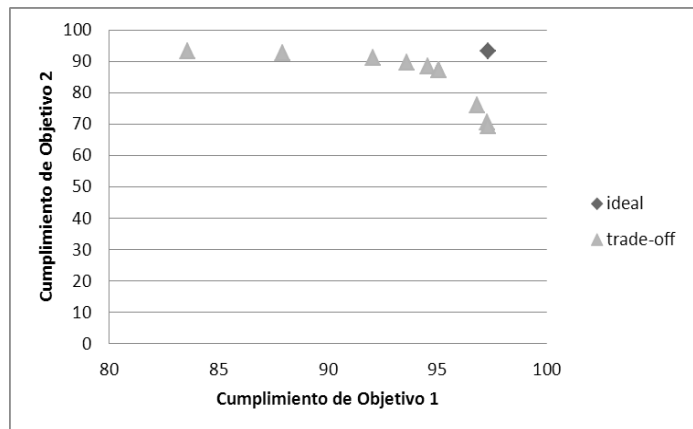


Figura 3.13: Punto ideal y trade-off entre  $w_1$  y  $w_2$  con  $p=25$ ,  $r=90$  de noche

Las soluciones, es decir, las localizaciones óptimas para el problema MCPL de noche con 90 metros de radio de cobertura y 25 agentes disponibles, al considerar la misma importancia para cada objetivo ( $w_1 = 0.5$ ), se pueden observar en la figura 3.15, y las mismas alcanzan un 95,0614 % de

cumplimiento del objetivo 1 y un 87,3216 % del objetivo 2. Las soluciones, para los valores para  $w_1 = 0$  y  $w_1 = 1$  se pueden apreciar en los anexos (Anexo 6 y Anexo 7).

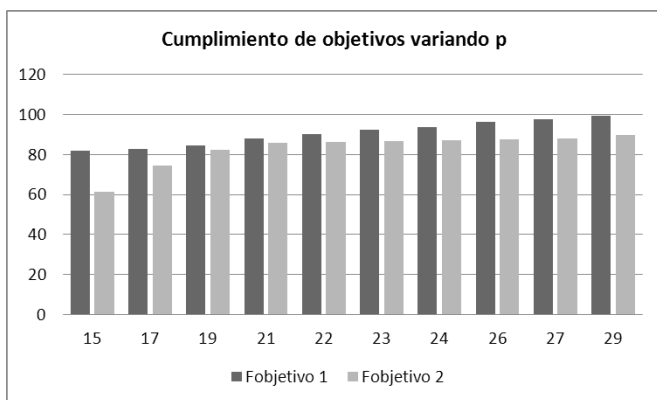


Figura 3.14: Cumplimiento de objetivos variando p en la noche 90 m

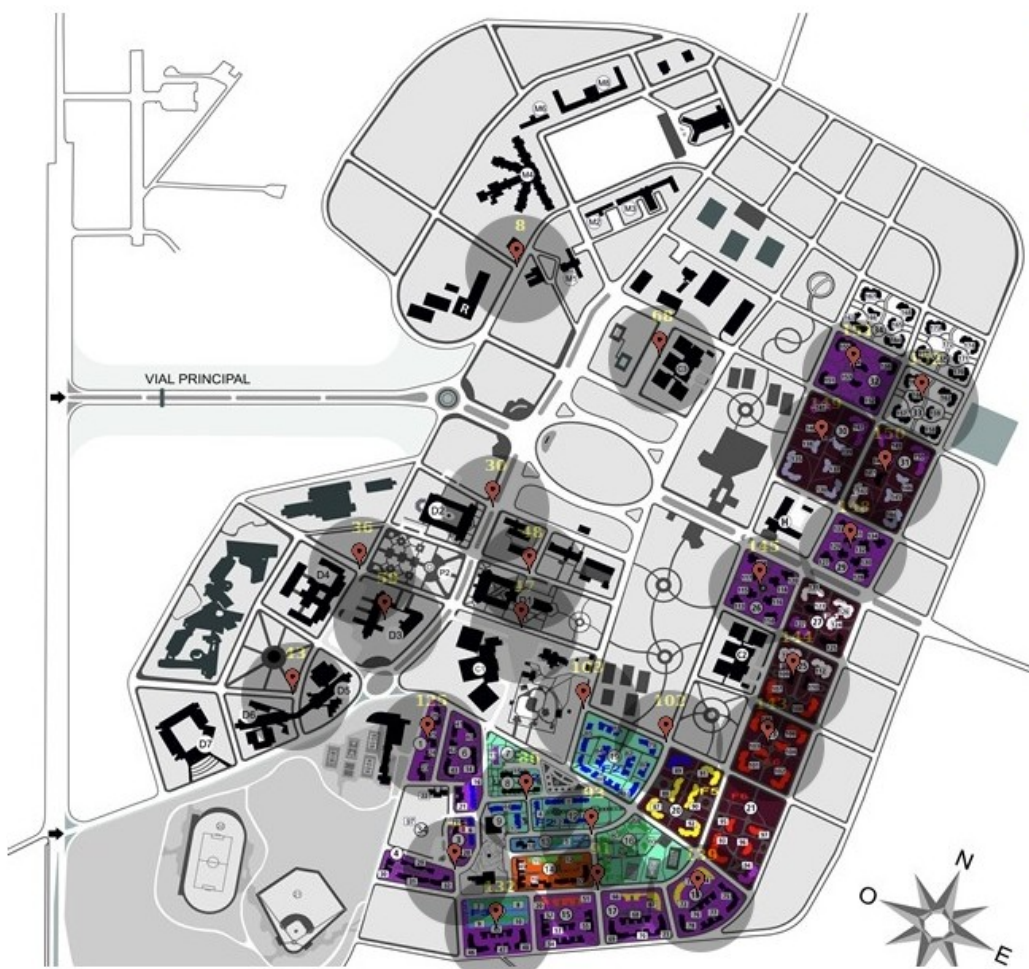


Figura 3.15: Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con  $w_1=0,5$

### 3.3.3 MCLP para la beca con un radio de 80 metros.

Para el caso de la residencia de estudiantes y profesores solo se presenta la solución para la variante del modelo de noche, ya que es el horario más crítico y en el cual se realiza la guardia estudiantil.

Se considera un radio de cobertura de 80 metros, cantidad menor al radio de los agentes, pero no mucho menor ya que los estudiantes deben hacer su guardia en grupos de más de dos personas, por lo que pudieran cubrir esta área si realizan recorridos como se orienta en la “Instrucción para la organización y la realización de la guardia obrera estudiantil” (UCI, 2014).

De igual modo no se presenta el *trade-off* entre los objetivos al variar los pesos, ya que este problema de localización en la beca es un subproblema del MCLP de la UCI y se procedería de forma análoga. Además, en la beca de manera mayoritaria coinciden las edificaciones más pobladas con las de mayor patrimonio.

Al solucionar el modelo, con  $r = 80$  y  $p = 7$ , el punto o solución ideal para el problema bi-objetivo es alcanzar un 50,1546 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 64,2947 % del objetivo 2. Estos porcentajes de cumplimiento están muy por debajo de lo deseado, luego, se presenta a continuación (ver figura 3.16) el cumplimiento de los objetivos 1 y 2 al variar la cantidad de postas (para  $p$  igual 7, 14, 20, 25 y 36) en el modelo MCLP para la beca.

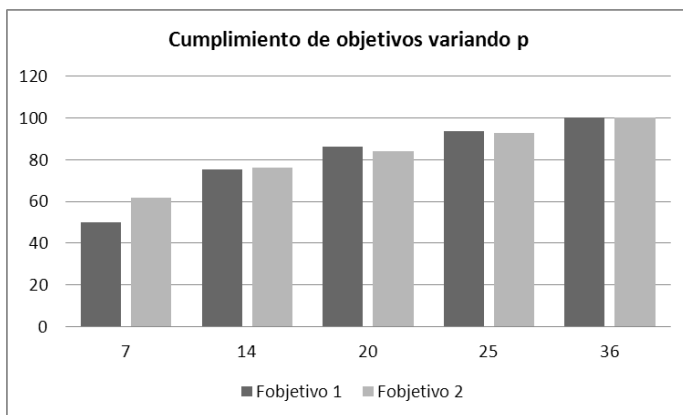


Figura 3.16: Cumplimiento de los objetivos con 80 m variando  $p$  en beca

Las localizaciones óptimas que se obtienen para el problema MCPL en la beca con 80 metros de radio de cobertura y 7 grupos de guardias disponibles, al considerar la misma importancia para cada objetivo ( $w_1 = 0.5$ ), se pueden observar en la figura 3.24 del Anexo 8 y las mismas alcanzan un 50,1546 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 61,9306 % del objetivo 2.

Al solucionar el modelo, con  $r = 80$  y  $p = 14$ , las localizaciones óptimas que se obtienen, al considerar la misma importancia para cada objetivo ( $w_1 = 0.5$ ), se pueden observar en la figura 3.25 del Anexo 8 y las mismas alcanzan un 75,1837 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 76,1168 % del objetivo 2.

Al solucionar el modelo, con  $r = 80$  y  $p = 20$ , las localizaciones óptimas que se obtienen se pueden observar en la figura 3.17 y las mismas alcanzan un 86,3425 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 83,7898 % del objetivo 2.

Al solucionar el modelo, con  $r = 80$  y  $p = 25$ , las localizaciones óptimas que se obtienen se pueden observar en la figura 3.26 del Anexo 8 y las mismas alcanzan un 93,3894 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 92,7773 % del objetivo 2.

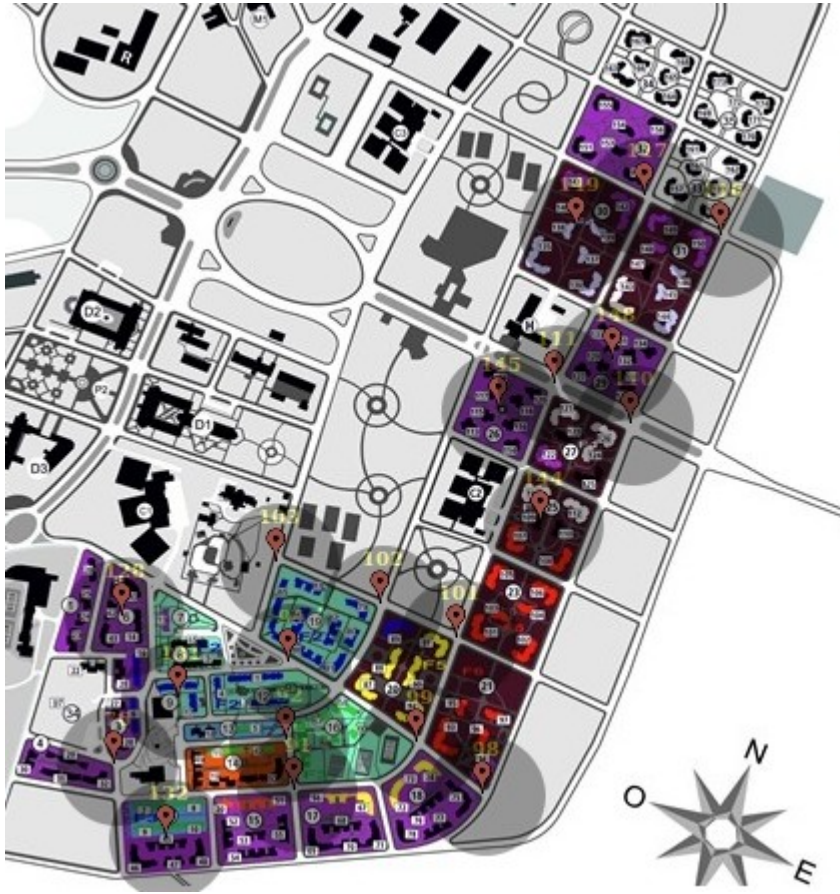


Figura 3.17: Solución del MCLP Beca con 80 m  $p=20$  de noche

### 3.4 Discusión de los resultados

#### 3.4.1 Comparación de las soluciones del modelo propuesto con las ubicaciones actuales de las postas

##### Comparación con la solución del MCLP con $r = 30$

Modelo de día		% de cumplimiento de:	
		Objetivo 1	Objetivo 2
	Ubicación actual.	18,717	12,353
	Solución del modelo propuesto	56,379	71,107
Modelo de noche		Objetivo 1	Objetivo 2
	Ubicación actual.	13,011	12,353
	Solución del modelo propuesto	45,524	56,581

Tabla 5: Comparación con la solución del MCLP con  $r = 30$

### Comparación con la solución del MCLP con $r = 90$

Modelo de día		% de cumplimiento de:	
		Objetivo 1	Objetivo 2
	Ubicación actual.	37,355	26,474
	Solución del modelo propuesto	93,451	91,546
Modelo de noche		Objetivo 1	Objetivo 2
	Ubicación actual.	30,558	26,475
	Solución del modelo propuesto	93,451	91,546

Tabla 6: Comparación con la solución del MCLP con  $r = 90$

Se puede observar en la tabla 5 que el modelo MCLP para el caso de un radio de cobertura igual a 30 metros logra cumplir, en promedio (al considerar ambos objetivos y si es de día o de noche), un 43,25 % más de los objetivos (maximizar la población a proteger y maximizar el patrimonio a proteger) que la ubicación actual de las postas que utiliza el sistema de seguridad y protección. De forma análoga se puede verificar en la tabla 6 que el modelo MCLP para el caso de un radio de cobertura igual a 90 metros logra cumplir, en promedio, un 62,25 % más que la ubicación actual. De igual forma, si se analizan cada una de las combinaciones por separado, se puede ver que todas las soluciones de los modelos MCLP superan a la ubicación actual, la solución de menor alcance (solo supera a la actual en un 32 %) es la que corresponde a  $r = 30$  de noche en el objetivo 1. No se muestra la variante actual o la comparación con la misma de forma gráfica en el documento por razones de seguridad, sin embargo, se puede consultar la comparación de los vectores de las localizaciones usadas actualmente en el sistema de seguridad y el vector solución del MCLP para 90 m con 25 postas de día, en el Anexo 9.

La distribución actual en la entidad localiza las postas en forma de anillo y tiende más a proteger el perímetro de la institución, pero de esta forma no tiene mucho en cuenta si el delito se va a generar por alguien dentro de la universidad o si alguien logra penetrar el anillo sin ser detectado para delinquir en el interior del anillo. En estos casos es poco probable que las postas, dada su ubicación alejada de las zonas interiores, detecten o puedan actuar frente a esta amenaza; además, la distribución con este enfoque tampoco ha sido efectiva en impedir que se penetre este anillo. Por otro lado, la función de un agente de seguridad no es solo contra el delito, en el artículo 61, inciso i, del reglamento para el sistema de seguridad y protección (MININT, 2001, p. 20) se establece que se debe conocer la ubicación y el uso de los medios de extinción de incendios en el área objeto de su atención, para utilizarlos según corresponda. Nuevamente dada su ubicación alejada de las zonas interiores, es poco probable que los custodios detecten o puedan actuar oportunamente frente a una amenaza de esta índole.

Importante es señalar que la actual ubicación dispone postas en las puertas de acceso a la universidad, y es debido a que la solución actual da un nivel de importancia alto a las puertas de acceso (además de ser una orientación (MININT, 2001)), luego la variante usada hoy en el sistema de seguridad y protección localiza agentes en los puntos de acceso. Nuestro modelo no tiene ninguna ponderación para las localizaciones o nodos de las puertas (solo la posible demanda, es decir, la población y patrimonio que estén en ellas), es por ello que en las soluciones propuestas no siempre se eligen las puertas como posibles ubicaciones, este hecho es lógico si se consideran los objetivos del modelo. Para responder entonces a esta directiva respecto a los puntos de acceso, basta con

resolver el modelo con el número de agentes  $p$  disponibles menos la cantidad de posiciones ubicadas en las puertas, por ejemplo, si se dispone de una cantidad de agentes para establecer 25 posiciones en total y se tienen 4 puntos de acceso oficiales, pues se resuelve el MCLP para  $p = 21$  y se obtendrán las 21 localizaciones para estos agentes que maximizan la población y el patrimonio cubierto por el radio de acción de las 21 postas, más la cobertura de las 4 posiciones en las puertas.

Por otro lado, como se ha comentado, la solución actual ubica en forma de anillo las posiciones, no así las variantes de solución propuestas. Al analizar el Anexo 9, donde se señalan las coincidencias entre la variante actual y la solución del modelo MCLP con 90 metros, 25 postas disponibles de día, sorprende que hay un muy bajo nivel de coincidencia; 3 en este caso. Y es llamativo pues aunque se utiliza la experiencia de los implicados para organizar la solución actual y las normativas al respecto, por definición, el objetivo (desde el punto de vista cualitativo y no el de optimización) de un sistema de seguridad y protección física es también el de proteger el personal y el patrimonio, por lo que al ser estos los objetivos utilizados en los modelos (aunque desde el punto de vista cuantitativo) era lógico esperar un mayor grado de coincidencia en las ubicaciones utilizadas para posicionar las postas actualmente y las soluciones obtenidas con los modelos bi-objetivo. Ello constituye una alerta. Como se observó, los criterios (el actual y el propuesto) difieren significativamente, pero como persiguen un objetivo común, sin duda la propuesta va a ser de mucha ayuda para complementar los criterios actuales y lograr una mejor variante que tributará en aumentar la eficiencia del sistema de seguridad y protección.

### *3.4.2 Consideraciones generales sobre los resultados de los diferentes modelos*

Como es característico de los modelos multiobjetivo con un enfoque de unificación de la función objetivo, en ocasiones y en dependencia del método de unificación utilizado, para diferentes valores de  $w_i$  se obtienen iguales soluciones; nuestras propuestas de modelo, para las variantes con el parámetro *día* = 1 (con  $r = 90$  el que más sucede con 5 repeticiones, en la noche lo máximo es de dos coincidencias para diferentes valores de  $w_1$ ), para la variación de  $w_i$  con un paso de 0.1 devuelve iguales soluciones para varios valores de  $w_i$  y que coinciden mayormente con las soluciones para cada caso que están más cercanas al punto ideal correspondiente. Si se considera entonces un paso de 0.25 para la variación de  $w_i$ , los modelos propuestos son sensibles a estas variaciones, es decir, que se arribarán a soluciones distintas; este paso propuesto de 0.25, al considerar el significado de los objetivos, es suficiente para los trueques de los pesos que pudiera necesitar el decisor que utilizará la herramienta.

Al analizar los diferentes *trade-off* entre ambos objetivos al variar los pesos  $w_i$  para las cuatro combinaciones en que se presenta este balance (tablas 1, 2, 3 y 4), se puede observar que no siempre coincide el peso  $w_1 = 0.5$  con el que brinde la solución más pareja entre ambos objetivos, es decir, que pudiera parecer que los modelos para pesos iguales no dan la misma importancia a cada objetivo, sin embargo, al observar los puntos ideales para cada uno (57,2332 % y 72,4980 %; 51,9894 % y 72,4980 %; 93,4515 % y 93,3265 %; 97,3034 % y 93,3265 % ) se aprecia que en la mayoría el cumplimiento de ambos objetivos en el punto ideal difiere significativamente en cada uno. Solo en el 3er caso correspondiente al modelo de noche con 90 metros es donde más similares son ambos objetivos en el punto ideal, y para este caso sí coincide con el modelo cuando para  $w_1$  igual 0.4 y 0.5 las soluciones obtenidas tienen similares cumplimientos para cada objetivo; por otro lado, al observar los valores alcanzados para cada problema en cada objetivo en las figuras 3.5, 3.9, 3.11 y 3.13 las soluciones alcanzadas con  $w_1 = 0.5$  por cada una de las 4 variantes están todas entre las más cercanas a sus puntos ideales, por lo cual el desempeño de estos modelos respecto a la importancia dada en la función objetivo unificada puede considerarse adecuado.

Se puede observar en las figuras de los Anexo 4, Anexo 5, Anexo 6 y Anexo 7, para cada uno de los modelos, que las variantes en que los pesos toman valores 0 o 1, las soluciones cambian la distribución de las postas dándole la máxima importancia al objetivo correspondiente, por ejemplo, en las figuras de los Anexo 4 y Anexo 5 (soluciones de los modelos MCLP de día con  $r = 30$  para  $w_1 = 1$  y  $w_1 = 0$  respectivamente) se puede observar que las posiciones se desplazan o permutan de la parte Este del mapa (la residencia) hacia la zona productiva, y desde el rectorado en el Oeste-Noroeste y otras localizaciones se desplazan hacia la parte Sur de la residencia. Es decir, con  $w_1 = 1$  se le da la máxima importancia a la protección de las personas y varias localizaciones se desplazan o ubican en zonas más pobladas. De igual modo, en las figuras de los Anexo 6 y Anexo 7 (soluciones de los modelos MCLP de noche con  $r = 90$  para  $w_1 = 0$  y  $w_1 = 1$  respectivamente) se puede observar más claramente que cuando  $w_1$  cambia de 0 a 1 las localizaciones se desplazan hacia la zona Este, que es la residencia. Y que cuando  $w_1$  cambia de 1 a 0 se desplazan hacia zonas con nodos con más patrimonio como la zona Oeste-Noroeste y la zona Oeste, donde se ubican la infraestructura productiva, rectorado y los docentes. Luego estos juegos de pesos (fundamentalmente  $w_1 = 0$ ) pueden ser de utilidad al decisor para ayudar en la planificación de etapas vacacionales o recesos cuando la cantidad de personas disminuye drásticamente en la entidad y por ende la variante a adoptar en las ubicaciones de las postas consideraría este hecho.

Al comparar las soluciones de los modelos para los casos día y noche, para  $r = 90$ , se puede observar en las figuras 3.12 y 3.15 que en la noche la solución localiza una parte de las postas hacia un buen cubrimiento de la residencia, se protegen los docentes y en menor medida la zona Oeste-Noroeste de la producción. Esta tendencia se fundamenta porque en esta zona menos protegida en el horario nocturno la cantidad de personas disminuye entre un 80 % y un 100 %. Durante el día se mantiene la presencia en la beca, pero disminuye en un 17 % aproximadamente la cantidad respecto a la noche. En los docentes se aumentan las ubicaciones en un 15 % y aumentan también en la infraestructura productiva en un 75 % (de 1 a 3). Para el caso de  $r = 30$  se puede observar en las figuras 3.10 y 3.6 que el aumento es mucho mayor en los docentes durante el día, y en la zona productiva el aumento de la presencia de postas es similar al caso anterior, mientras que en la beca disminuye en un 75 % respecto a la noche. De forma general los modelos responden al cambio del parámetro **Noche**, sin embargo, debe valorarse lo que ocurre a esas horas en la zona Oeste-Noroeste (parte productiva) ya que se localizan pocas postas en ella; no todas las estructuras presentes en esta zona son propias de la universidad, sino que son de terceros (es decir, organismos que tienen locales dentro del centro pero que no pertenecen al mismo), luego se tendría que valorar si la universidad asume la protección de estos locales, por lo que el decisor tendría que intencionadamente localizar más postas en ella (o usar la variante de día que otorga más peso a esta zona), o si no se va a garantizar la protección usar las soluciones del modelo de noche como referencia.

Para los modelos MCLP con  $r = 30$  y  $r = 90$  en las tablas 1, 2, 3 y 4 se presentan un subconjunto de opciones de solución de los problemas bi-objetivo correspondientes, todas pueden resultar aceptables para los responsables del plan de seguridad y protección dependiendo de sus preferencias. Para el caso  $r = 80$  no se presenta la tabla con las soluciones según el *trade-off* de los objetivos, ya que se recomiendan valores cercanos a 0.5 para los pesos  $w_1$  y  $w_2$ , aunque de ser necesario queda la metodología para construir las mismas. Una vez que un modelo ha sido elegido y los valores de sus parámetros definidos, ya que representa un buen balance entre los intereses de quien planifica la ubicación de las postas, la solución al modelo bi-objetivo proporciona los detalles sobre dónde ubicar las postas, qué objetivos quedan cubiertos y qué porcentaje de las demandas cubiertas para cada objetivo.

### **Consideraciones sobre los resultados con $r = 30$**

De forma general, si se considera el radio aproximado de 30 metros que se usa hoy en el sistema de seguridad, en todos los modelos para 25 postas disponibles el cumplimiento de los objetivos que se logra es muy bajo, es decir, siempre muy por debajo del ideal (51,98 % y 72,49 % de cumplimiento de los objetivos 1 y 2 respectivamente); y al analizar la gráfica de la figura 3.7, con 41 postas disponibles, aún no se logra un 70 % de cumplimiento para ninguno de los objetivos en el modelo de noche (para el día es similar) y para  $p = 60$ , es decir, con más de la mitad del mínimo de postas necesarias (para cubrir toda la demanda según la solución del modelo LSCP para 30 metros) es que se logra llegar a un 97, 94 % y un 78,77 % de cumplimiento respectivamente, y a partir de este valor de  $p$  cada posible posta que se agregue tributa en un aumento muy bajo, por lo que este radio de cubrimiento es muy costoso en cuanto a la cantidad de agentes necesaria. Con la cantidad actual de postas o agentes disponibles se logra muy poca cobertura para los objetivos considerados en el trabajo.

### **Consideraciones sobre los resultados con $r = 90$**

En este caso se presentan las soluciones del modelo MCLP para 25 postas con las cuales se logran buenos porcentos de cumplimiento de los objetivos 1 y 2, no obstante, como el número mínimo necesario para cubrir la demanda de toda la UCI es 43 postas (según la solución obtenida para el modelo LSCP para  $r = 90$ ), se puede completar la diferencia entre este mínimo y la cantidad de agentes si se utilizan trabajadores a los que corresponde realizar su guardia obrera, y utilizar las localizaciones que brinda el MCLP como referencia; y con estas en conjunto a otros criterios que consideren los especialistas de seguridad, montar el sistema total de localizaciones de agentes y trabajadores. De igual forma, si con la guardia obrera no se puede llegar a los 43 necesarios, se puede adicionar a la cantidad de postas de agentes la cantidad que se disponga de trabajadores, y obtener la solución correspondiente del MCLP para este valor de  $p$ , y proceder luego de manera similar al caso anterior.

En la figura 3.14 es posible observar (para el caso del modelo en la noche) como aumenta el cumplimiento de los objetivos al aumentar  $p$ , este aumento no es para nada proporcional, luego, debe llegarse a un consenso entre lo necesario (costos, disponibilidad, etc.) para adicionar una posta por encima de 25, y el poco aumento que se logra en el cumplimiento de los objetivos con esta acción, lo cual es usual en este tipo de problemas.

De manera general, en las gráficas (ver las figuras 3.7, 3.14 y 3.16) donde se representa la variación del cumplimiento de los objetivos al variar el parámetro  $p$ , tal cumplimiento no aumenta proporcionalmente al aumentar  $p$ , y a medida que se acerca al 100 % de cumplimiento, es bajo el costo de incrementar considerablemente el valor de  $p$ . Desde otro punto de vista es muy fácil encontrar un valor menor de  $p$ , respecto al valor con que se logra el 100 % de cumplimiento de los objetivos, con el que se obtenga un cumplimiento “deseable” o “aceptable” (según el decisor y el contexto), ya este trueque se deja en manos de los responsables del sistema de seguridad y protección para que usen esta posibilidad de ser necesaria.

### **Consideraciones sobre los resultados para la beca**

Las localizaciones óptimas que se obtienen para el problema MCPL en la beca con 80 metros de radio de cobertura y 7 grupos de guardias disponibles (como estaba indicado antes del cambio del sistema de guardia en la beca), si se considera la misma importancia para cada objetivo ( $w_1 = 0.5$ ), se pueden observar en la figura 3.24 del Anexo 8. Las mismas alcanzan un 50,1546 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 61,9306 % del objetivo 2, valores que pueden ser considerados bajos.



Al considerar el valor de  $r$  el doble, al solucionar el modelo con  $r = 80$  y  $p = 14$  (figura 3.25 del Anexo 8), la solución alcanza un 75,1837 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 76,1168 % del objetivo 2, valores más altos. De igual forma al solucionar el modelo, con  $r = 80$  y  $p = 20$  (figura 3.17), la solución alcanza un 86,3425 % de cumplimiento del objetivo 1 y un 83,7898 % del objetivo 2.

Al comparar con la distribución actual propuesta en (UCI, 2014, p. 7), si se asume que las ubicaciones de esta indicación fueran en el centro de las manzanas correspondientes y sin tener en cuenta una posición (correspondiente a la facultad de 1er año, solo por la razón de considerar igual número disponible de postas para ambas variantes), se obtienen los siguientes resultados:

Modelo de noche $r=80$ y $p=25$		% de cumplimiento de:	
		Objetivo 1	Objetivo 2
	Ubicación actual.	70,9920	77,3786
	Solución del modelo propuesto	93,3894	92,7773

*Tabla 7: Comparación con la solución del MCLP beca con  $r = 80$*

Al analizar las figuras 3.26 y 3.27 del Anexo 8 se puede observar que la variante actual solapa la cobertura de muchas postas en la parte Sur-Oeste, y la solución propuesta distribuye las localizaciones uniformemente por toda el área de residencia. Por otro lado, como se puede observar en la tabla 7, la solución propuesta por el MCLP si se considera igual importancia para cada objetivo (figura 3.26 del Anexo 8) supera en aproximadamente un 20 % a cada objetivo de la solución actual propuesta en la nueva variante de la guardia obrera estudiantil definida en (UCI, 2014, p. 7). Luego, se recomienda que se combinen estas dos variantes para tener en cuenta los criterios especializados de quien planifica el sistema y la solución propuesta por el MCLP.

Se debe tener presente que las localizaciones para las postas de estudiantes estarán junto a las localizaciones de los agentes y de la guardia obrera, luego, en la propuesta final combinada (agentes, trabajadores y estudiantes) se pueden eliminar (o reubicar) las posiciones que en la solución para la beca coincidan o estén bien cercanas a las posiciones de los agentes en la solución del problema global, para ello se puede utilizar una solución del modelo de MCLP para la beca con el parámetro  $p$  con un valor mayor al disponible. Con este excedente de ubicaciones es posible tener variantes óptimas donde reubicar las posiciones de estudiantes que coincidan con las de agentes o estén bien cercanas.

### 3.5 Conclusiones parciales del capítulo.

En el presente capítulo han sido expuestos los resultados de la aplicación del modelo propuesto, obtenidos para datos reales, presentándose varias variantes de solución y la metodología para proceder si se necesitaran nuevas soluciones en virtud de nuevos intereses o preferencias del decisor. Además, se compararon las variantes de ubicación de agentes y estudiantes usadas hoy en la universidad con las propuestas por el MCLP bi-objetivo.

---

# Conclusiones

---

En la presente investigación se arribó a las siguientes conclusiones:

Los tipos de problema Location Set Covering Problem y Maximal Covering Location Problem por su campo de aplicabilidad y objetivos pueden ser usados para apoyar la representación de las decisiones en la planificación de un sistema de seguridad y protección física.

El modelo bi-objetivo de localización de máxima cobertura propuesto determina la ubicación de un número predeterminado de agentes que maximiza la cobertura o protección a las personas y al patrimonio.

Para la resolución de los modelos de programación lineal entera propuestos se desarrolló una herramienta que permite la interacción del usuario con varios parámetros de interés en un entorno amigable.

En cuanto al cumplimiento de los objetivos a optimizar propuestos, las soluciones obtenidas a partir de los modelos aplicados superan en al menos un 32 % a las ubicaciones actuales de agentes y estudiantes, las cuales son producto de una planificación hasta cierto punto empírica.

Se pueden usar en conjunto los criterios del decisor y el modelo matemático, en la toma de decisiones en el proceso de planificación, para mejorar la efectividad del sistema de seguridad y protección.

---

# Recomendaciones

---

Introducir en el modelo matemático un nuevo objetivo que maximice la cobertura a las edificaciones, según un índice delictivo, dado el hecho de que la herramienta propuesta admite reconfiguración para este propósito, es decir, agregar un tercer objetivo a los dos que ya considera el MCLP. Por parte del usuario solo quedaría definir e introducir como demandas el índice delictivo de cada nodo. Asimismo, se puede optar por modelar el problema con este único objetivo, según el Police patrol area covering (PPAC), y analizar su efectividad en este contexto.

Dado que recientemente en la institución se han adquirido un grupo de cámaras de vigilancia, y se pretende incrementar la cantidad de las mismas, se recomienda considerar la aplicación de un modelo de localización simultánea de dos tipos de instalaciones, para integrar con este modelo en un mismo sistema a vigilantes y cámaras.

Migrar la herramienta a LibreOffice Calc, para estar a tono con las nuevas políticas de la institución relativas a la utilización de software libre, no sin antes verificar si el Solver correspondiente garantiza las soluciones deseadas, dada la dimensión de los problemas, y compararlas con la solución actual obtenida.

Integrar la herramienta para obtener las soluciones del modelo con la herramienta para visualizar las soluciones en el mapa, en una sola herramienta informática.

---

# Referencias Bibliográficas

---

- Aeschbacher, B. (2012). *Solving a Large Scale Integer Program with Open-Source-Software* (Maestría). University of Zurich, Zurich. Recuperado a partir de <http://sourceforge.net/projects/opensolver/files/OtherResources/Aeschbacher%20Masters%20Thesis%20Solving%20a%20Large%20Scale%20Integer%20Program.pdf/download>
- An, B., Ordóñez, F., Tambe, M., Shieh, E., Yang, R., Baldwin, C., ... Meyer, G. (2013). A Deployed Quantal Response-Based Patrol Planning System for the U.S. Coast Guard. *Interfaces*, 43(5), 400-420. doi:10.1287/inte.2013.0700
- Aragón Casas, L. G., Atoche Díaz, W. J., Cajahuanca, D., & Blancy, C. (2012). Localización óptima de hospitales en la ciudad de Lima. *LACCEI journal*. Recuperado a partir de <http://www.laccei.org/LACCEI2012-Panama/RefereedPapers/RP250.pdf>
- Araya, M. C. G., Bobadilla, C. U., & Espejo, L. G. A. (2011). Análisis de modelos de localización para apoyar la distribución de Bins en huertos de manzanas. En *XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* (pp. 431-442). Brasil. Recuperado a partir de [http://www.academia.edu/1403072/ANALISIS\\_DE\\_MODELOS\\_DE\\_LOCALIZACION\\_PARA\\_APOYAR\\_LA\\_DISTRIBUCION\\_DE\\_BINS\\_EN\\_HUERTOS\\_DE\\_MANZANAS](http://www.academia.edu/1403072/ANALISIS_DE_MODELOS_DE_LOCALIZACION_PARA_APOYAR_LA_DISTRIBUCION_DE_BINS_EN_HUERTOS_DE_MANZANAS)
- Aréizaga, E. F. (2006). Algunos problemas discretos de localización de servicios. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 22(1), 9-14. Recuperado a partir de [http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/BEIO\\_2006\\_22\\_01\\_02.pdf](http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/BEIO_2006_22_01_02.pdf)
- Ayfer Basar, B. Ç. (2011). A multi-period double coverage approach for locating the emergency medical service stations in Istanbul. *JORS*, 62, 627-637. doi:10.1057/jors.2010.5
- Baïou, M., & Barahona, F. (2011). On the linear relaxation of the p-median problem. *Discrete Optimization*, 8(2), 344-375. doi:10.1016/j.disopt.2010.12.002
- Başar, A., Çatay, B., & Ünlüyurt, T. (2012). A taxonomy for emergency service station location problem. *Optimization Letters*, 6(6), 1147-1160. doi:10.1007/s11590-011-0376-1
- Bertolino, M., Herbst, A., Jones, A., Liem, A., Nemes, T., O’Gorman, M., ... Sood, E. (2011, diciembre 14). Batching Outbound Shipments for Whirlpool Corporation [Presentation]. Recuperado 30 de marzo de 2014, a partir de <https://smartech.gatech.edu/handle/1853/42172>
- Calvés, P. G., Gruart, J. P., Rodríguez, I. B., & Oller, J. C. (2009). Problemas de Optimización Combinatoria. Recuperado 31 de marzo de 2014, a partir de <http://www.iiia.csic.es/udt/es/artificialintelligence/problemas-optimizacion-combinatoria>
- Carrizosa, E. (2005). Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización. *Revista Internacional de Ciencia y Tecnología de la Información Geográfica*, 5, 268-277. Recuperado a partir de [http://geofocus.rediris.es/2005/Articulo14\\_2005.pdf](http://geofocus.rediris.es/2005/Articulo14_2005.pdf)
- Chanta, S., Mayorga, M. E., & McLay, L. A. (2014). Improving emergency service in rural areas: a bi-objective covering location model for EMS systems. *Annals of Operations Research*, 221(1), 133-159. doi:10.1007/s10479-011-0972-6
- Chen, J.-S., Pan, S., & Ko, C.-H. (2011). A continuation approach for the capacitated multi-facility weber problem based on nonlinear SOCP reformulation. *Journal of Global Optimization*, 50(4), 713-728. doi:10.1007/s10898-010-9632-7
- Church, R. L., & Gerrard, R. A. (2003). The Multi-level Location Set Covering Model.

- Geographical Analysis*, 35(4), 277-289. doi:10.1111/j.1538-4632.2003.tb01115.x
- Church, R., & ReVelle, C. (1974). The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, 32(1), 101-118. doi:10.1007/BF01942293
- Chuzhoy, J., & Naor, J. (2002). Covering Problems with Hard Capacities. En *IEEE Symposium on Foundations of Computer Science* (Vol. 43, pp. 481-489). Vancouver, BC, Canada. doi:10.1109/SFCS.2002.1181972
- Computational Infrastructure for Operations Research Home Page. (s. f.). Recuperado 20 de septiembre de 2014, a partir de <http://www.coin-or.org/>
- Consejo de Estado, C. (1999). Decreto Ley No. 186. *Gaceta Oficial*, (35), 597.
- Curtin, K. M., Hayslett-McCall, K., & Qiu, F. (2010). Determining Optimal Police Patrol Areas with Maximal Covering and Backup Covering Location Models. *Networks and Spatial Economics*, 10(1), 125-145. doi:10.1007/s11067-007-9035-6
- Darós, M. C., Romero, M. M., & Arce, M. M. (2002). Un modelo de programación binaria mixta para el problema generalizado de la p-centdiana. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*, Actas\_10, 50. Recuperado a partir de [www.uv.es/asepuma/X/E55C.pdf](http://www.uv.es/asepuma/X/E55C.pdf)
- Darós, M. C., Romero, M. M., & Arce, M. M. (2006). Búsqueda de un objetivo en problemas de localización. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*, Actas\_14, 31. Recuperado a partir de [www.uv.es/asepuma/XIV/comunica/63.pdf](http://www.uv.es/asepuma/XIV/comunica/63.pdf)
- Darós, M. J. C., Arce, M. M., & Romero, M. M. (2009). Eficiencia versus equidad en localización: aplicación al diseño de infraestructuras. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*, (10), 59-76. Recuperado a partir de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3266950>
- Daskin, M. S. (2008). What you should know about location modeling. *Naval Research Logistics (NRL)*, 55(4), 283-294. doi:10.1002/nav.20284
- Daskin, M. S., & Murray, A. T. (2012). Modeling Public Sector Facility Location Problems. *Socio-Economic Planning Sciences*, 46(2), 111. doi:10.1016/j.seps.2012.03.002
- Dávila, F., & Verónica, S. (2009). Creación de una empresa de seguridad enfocada a la protección de personas que laboran en compañías petroleras, ubicadas en la ciudad de Quito. Recuperado a partir de <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/1116>
- Dirección de Informatización. (s. f.). Directorio de personas. Recuperado 17 de octubre de 2014, a partir de <http://directorio.uci.cu/>
- Eiselt, H. A. (1992). Location Modeling in Practice. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 12(1), 3-18. doi:10.1080/01966324.1992.10737322
- Farahani, R. Z., Asgari, N., Heidari, N., Hosseininia, M., & Goh, M. (2012). Covering Problems in Facility Location: A Review. *Comput. Ind. Eng.*, 62(1), 368-407. doi:10.1016/j.cie.2011.08.020
- Ferrand, Y., Magazine, M., Rao, U. S., & Glass, T. F. (2011). Building Cyclic Schedules for Emergency Department Physicians. *Interfaces*, 41(6), 521-533. doi:10.1287/inte.1110.0563
- Fulginei, F. R., & Salvini, A. (2007). Comparative analysis between modern heuristics and hybrid algorithms. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 26(2), 259-268.

- García, J. J. B., María-Dolores, S. M. M., & García, J. F. S. (2005). Optimización con Modelos de Red en Hoja de Cálculo (Vol. Actas\_13, p. 13). Presentado en XIII Jornadas de ASEPUMA, España: ASEPUMA. Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas aplicadas a la Economía y la Empresa. Recuperado a partir de [http://www.uv.es/asepuma/XIII/comunica/comunica\\_17.pdf](http://www.uv.es/asepuma/XIII/comunica/comunica_17.pdf)
- GEYSED. (2013). SIG UCI (Versión 2.0). La Habana: Centro de Geoinformática y Señales Digitales. Recuperado a partir de <http://siguci.uci.cu/>
- Gift, N. (2013, febrero 5). Linear optimization in Python, Part 1: Solve complex problems in the cloud with Pyomo [CT316]. Recuperado 21 de marzo de 2014, a partir de <http://www.ibm.com/developerworks/cloud/library/cl-optimizepythoncloud1/>
- Grupo de Activos Fijos Tangibles. (2014, septiembre). Listado Resumen de Activos Fijos por Centros de Costo-Clasificación.
- Hakimi, S. L. (1964). Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph. *Operations Research*, 12(3), 450-459. doi:10.1287/opre.12.3.450
- Hale, T. S., & Moberg, C. R. (2003). Location Science Research: A Review. *Annals of Operations Research*, 123(1-4), 21-35. doi:10.1023/A:1026110926707
- Hart, W. ., Laird, C., Watson, J. ., & Woodruff, D. . (2012). Pyomo Modeling Strategies. En *Pyomo – Optimization Modeling in Python* (pp. 13-27). Recuperado a partir de <http://www.springer.com/mathematics/book/978-1-4614-3225-8>
- Jia, H., Ordóñez, F., & Dessouky, M. (2007). A modeling framework for facility location of medical services for large-scale emergencies. *IIE Transactions*, 39(1), 41-55. doi:10.1080/07408170500539113
- Karzanov, A. V. (2004). One more well-solved case of the multifacility location problem. *Discrete Optimization*, 1(1), 51–66. doi:10.1016/j.disopt.2004.04.001
- Krivitski, D., Schuster, A., & Wolff, R. (2007). A Local Facility Location Algorithm for Large-scale Distributed Systems. *Journal of Grid Computing*, 5(4), 361-378. doi:10.1007/s10723-007-9069-5
- Li, X., Claramunt, C., Zhang, X., & Huang, Y. (2012). A Fast and Deterministic Approach to a Near Optimal Solution for the p-Median Problem: *International Journal of Operations Research and Information Systems*, 3(3), 1-14. doi:10.4018/joris.2012070101
- Li, X., Zhao, Z., Zhu, X., & Wyatt, T. (2011). Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74(3), 281-310. doi:10.1007/s00186-011-0363-4
- Malekinezhad, A., Shirazi, E., & Aryanezhad, M. B. (2011). A multi-objective set covering problem: A case study of warehouse allocation in truck industry. *Management Science Letters*, 1(1), 73-80. doi:10.5267/j.msl.2010.01.002
- Marler, R. T., & Arora, J. S. (2004). Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26(6), 369-395. doi:10.1007/s00158-003-0368-6
- Marler, R. T., & Arora, J. S. (2010). The weighted sum method for multi-objective optimization: new insights. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(6), 853-862. doi:10.1007/s00158-009-0460-7

- Martínez, R. H. A., & Suazo, R. J. M. (2005). La decisión de localización en la cadena de suministro. *Revista Ingeniería Industrial*, 4(1), 57-67. Recuperado a partir de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3996809>
- Mason, A. J. (2012). OpenSolver - An Open Source Add-in to Solve Linear and Integer Programmes in Excel. En D. Klatte, H.-J. Lüthi, & K. Schmedders (Eds.), *Operations Research Proceedings 2011* (pp. 401-406). Springer Berlin Heidelberg. Recuperado a partir de [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-29210-1\\_64](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-29210-1_64)
- Medina, G. R. (2009, julio 3). *GRASP para el problema de localización de instalaciones en dos niveles, para múltiples productos, con restricciones de capacidad* (Maestría). España. Recuperado a partir de [http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/mosl/romero\\_m\\_g/capitulo\\_2.html](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/mosl/romero_m_g/capitulo_2.html)
- Melo, A., Belchior, M., & Furtado, V. (2006). Analyzing Police Patrol Routes by Simulating the Physical Reorganization of Agents. En J. Sichman & L. Antunes (Eds.), *Multi-Agent-Based Simulation VI* (Vol. 3891, pp. 99-114). Springer Berlin / Heidelberg. Recuperado a partir de <http://www.springerlink.com/content/6v2754n8343v4507/>
- MININT, C. Reglamento sobre el sistema de seguridad y protección física, Resolución No. 2 46 (2001).
- Mladenović, N., Brimberg, J., Hansen, P., & Moreno-Pérez, J. A. (2007). The p-median problem: A survey of metaheuristic approaches. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 927-939. doi:10.1016/j.ejor.2005.05.034
- Morales, C. P. (2006). Localización de incineradoras de materiales específicos de riesgo en Andalucía bajo un enfoque multicriterio. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*, (7), 5-53. Recuperado a partir de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2387762>
- Muñoz, C. A., & Toro, E. M. (2011). Ubicación y dimensionamiento óptimo de transformadores de distribución aplicando el modelo de la p-mediana y resuelto a través del algoritmo de colonia de hormigas. *Scientia et Technica*, XVI(48), 287-292. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=84922622051>
- Muriel, A. F. O., Brailsford, S., & Smith, H. (2014). Un modelo de optimización bi-objetivo para la selección de tecnología y asignación de donantes en la cadena de suministro de sangre. *Sistemas & Telemática*, 12(30), 9-24. Recuperado a partir de [https://icesi.edu.co/revistas/index.php/sistemas\\_telematica/article/view/1854](https://icesi.edu.co/revistas/index.php/sistemas_telematica/article/view/1854)
- Murray, A. T. (2013). Optimising the spatial location of urban fire stations. *Fire Safety Journal*, 62, Part A, 64-71. doi:10.1016/j.firesaf.2013.03.002
- Murray, A. T., Kim, K., Davis, J. W., Machiraju, R., & Parent, R. (2007a). Coverage optimization to support security monitoring. *Computers, Environment and Urban Systems*, 31(2), 133-147. doi:10.1016/j.compenvurbsys.2006.06.002
- Murray, A. T., Kim, K., Davis, J. W., Machiraju, R., & Parent, R. (2007b). Coverage optimization to support security monitoring. *Computers, Environment and Urban Systems*, 31(2), 133-147. doi:10.1016/j.compenvurbsys.2006.06.002
- Narasimhan, S., Pirkul, H., & Schilling, D. (1992). Capacitated emergency facility siting with multiple levels of backup. *Annals of Operations Research*, 40(1), 323-337. doi:10.1007/BF02060485

- Ordóñez, F., Tambe, M., Jara, J. F., Jain, M., Kiekintveld, C., & Tsai, J. (2013). Deployed Security Games for Patrol Planning. En J. W. Herrmann (Ed.), *Handbook of Operations Research for Homeland Security* (pp. 45-72). Springer New York. Recuperado a partir de [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4614-5278-2\\_3](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4614-5278-2_3)
- Pacheco, J. E. V. (2012, mayo 11). *Diseño de un modelo para la localización de los centros de producción y distribución para Nalsani S.A proyectada al 2016*. (Doctorado). Universidad de la Sabana, Bogotá. Recuperado a partir de <http://intellectum.unisabana.edu.co:8080/jspui/handle/10818/2134?mode=full>
- Perry, K. M. (2012). *The Call Center Scheduling Problem using Spreadsheet Optimization and VBA* (Maestría). Virginia Commonwealth University, Virginia. Recuperado a partir de <https://dizygy.uls.vcu.edu/bitstream/handle/10156/3746/PerryThesis.pdf?sequence=1>
- Pupo, C. T., & Cortina, D. A. O. (2014). Calculadora de distancias y visualización de soluciones de problemas de localización (Versión 1.0). La Habana.
- Reis, D., Melo, A., Coelho, A., & Furtado, V. (2006a). GAPatrol: An Evolutionary Multiagent Approach for the Automatic Definition of Hotspots and Patrol Routes. En J. Sichman, H. Coelho, & S. Rezende (Eds.), *Advances in Artificial Intelligence - IBERAMIA-SBIA 2006* (Vol. 4140, pp. 118-127). Springer Berlin / Heidelberg. Recuperado a partir de <http://www.springerlink.com/content/p4620u40712u3p23/>
- Reis, D., Melo, A., Coelho, A., & Furtado, V. (2006b). Towards Optimal Police Patrol Routes with Genetic Algorithms. En S. Mehrotra, D. Zeng, H. Chen, B. Thuraisingham, & F.-Y. Wang (Eds.), *Intelligence and Security Informatics* (Vol. 3975, pp. 485-491). Springer Berlin / Heidelberg. Recuperado a partir de <http://www.springerlink.com/content/33g0047467056262/>
- ReVelle, C. S., & Eiselt, H. A. (2005). Location analysis: A synthesis and survey. *European Journal of Operational Research*, 165(1), 1-19. doi:10.1016/j.ejor.2003.11.032
- Ríos, R. G. (2010, mayo). *Optimización multiobjetivo*. Conferencia, La Habana.
- Rocher, F. B. (2012, octubre 31). *Nuevos Modelos Probabilísticos de Localización de Servicios de Emergencias* (Doctor). Universidad Miguel Hernández, España. Recuperado a partir de <http://dspace.umh.es/handle/11000/677>
- Secretaría de Estado de seguridad. (2012). Programas de formación del personal de seguridad privada. *Boletín Oficial del estado España*, 296(1), 84621-84645. Recuperado a partir de [https://www.boe.es/diario\\_boe/txt.php?id=BOE-A-2012-14947](https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2012-14947)
- Snyder, L. V. (2011). Covering Problems. En H. A. Eiselt & V. Marianov (Eds.), *Foundations of Location Analysis* (Vol. 155, pp. 109-135). Springer US. Recuperado a partir de <http://www.springerlink.com/content/l71068021485806t/>
- Stanimirovic, I. P., Zlatanovic, M. L., & Petkovic, M. D. (2011). On the linear weighted sum method for multi-objective optimization. *Facta Acta Universitatis*, 26, 49-63. Recuperado a partir de [http://facta.junis.ni.ac.rs/mai/mai26/fumi-26\\_49\\_63.pdf](http://facta.junis.ni.ac.rs/mai/mai26/fumi-26_49_63.pdf)
- Toregas, C. (1970). *A covering formulation for the location of public service facilities* (Maestría). Cornell University, Ithaca, N.Y. Recuperado a partir de <http://catalog.hathitrust.org/api/volumes/oclc/63226662.html>
- Toregas, C., Swain, R., ReVelle, C., & Bergman, L. (1971). The Location of Emergency Service Facilities. *Operations Research*, 19(6), 1363-1373. doi:10.1287/opre.19.6.1363



- Toyoglu, H., Karasan, O., & Kara, B. (2012). A New Formulation Approach for Location-Routing Problems. *Networks and Spatial Economics*, 12(4), 635-659. doi:10.1007/s11067-011-9170-y
- Tricoire, F., Graf, A., & Gutjahr, W. J. (2012). The bi-objective stochastic covering tour problem. *Computers & Operations Research*, 39(7), 1582–1592. doi:10.1016/j.cor.2011.09.009
- Troncoso T, J., Garrido H, R., & Ibacache J, X. (2002). Modelos de localización de instalaciones: una aplicación para la producción y logística forestal. *Bosque (Valdivia)*, 23(2), 57-67. doi:10.4067/S0717-92002002000200007
- UCI. Instrucción para la organización y realización de la GOE, Modificada 12 (2014).
- Uno, T., Katagiri, H., & Kato, K. (2012). A Stackelberg Location on a Network with Fuzzy Random Demand Quantities Using Possibility Measure. En J. Watada, T. Watanabe, G. Phillips-Wren, R. J. Howlett, & L. C. Jain (Eds.), *Intelligent Decision Technologies* (Vol. 15, pp. 67-75). Springer Berlin Heidelberg. Recuperado a partir de <http://www.springerlink.com/content/17177727m8186147/>
- Urquiza, J. S. (2012). La excelencia de las metaheurísticas y los problemas de optimización. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 6(2). Recuperado a partir de [http://rcci.uci.cu/index.php?journal=rcci&page=article&op=view&path\[\]=228](http://rcci.uci.cu/index.php?journal=rcci&page=article&op=view&path[]=228)
- Villegas, J., Palacios, F., & Medaglia, A. (2006). Solution methods for the bi-objective (cost-coverage) unconstrained facility location problem with an illustrative example. *Annals of Operations Research*, 147(1), 109-141. doi:10.1007/s10479-006-0061-4
- Wang, Y., Ma, X., Wang, Y., Mao, H., & Zhang, Y. (2012). Location optimization of multiple distribution centers under fuzzy environment. *Journal of Zhejiang University - Science A*, 13(10), 782-798. doi:10.1631/jzus.A1200137
- Zhai, H., Liu, Y., & Chen, W. (2012). Applying Minimum-Risk Criterion to Stochastic Hub Location Problems. *Procedia Engineering*, 29(0), 2313–2321. doi:10.1016/j.proeng.2012.01.307

# Anexos

## Anexo 1

### Demandas o pesos por nodos

Nodo	Población	Patrimonio	Nodo	Población	Patrimonio	Nodo	Población	Patrimonio	Nodo	Población	Patrimonio
1	0,7	166666,7	40	0,0	5000,0	79	71,0	59175,0	118	74,0	68390,0
2	0,0		41			80	122,0	341483,0	119	0,0	0,0
3	0,0		42	281,5	437788,4	81	100,5	99400,0	120	21,0	24010,0
4	0,0		43	210,0	362655,3	82	34,0	19020,0	121	23,0	24010,0
5	0,0		44			83	49,0	118422,0	122	0,0	0,0
6	0,0		45	210,0	382905,3	84	8,0	24835,6	123	0,0	0,0
7	0,0		46	0,0	37500,0	85	40,5	37275,0	124	0,0	0,0
8	162,0	1642843,6	47			86	89,5	103400,0	125	42,0	61290,0
9	18,0	25000,0	48	75,5	116806,9	87	15,0	24850,0	126	57,5	75525,0
10	63,0	148537,6	49	123,0	2151938,1	88	106,0	89250,0	127	104,0	102000,0
11			50	11,0	222998,6	89	9,0	29820,0	128	101,5	39839,9
12	0,0	0,0	51	12,5	79168,8	90	58,0	51000,0	129	60,0	92950,0
13			52	2,5	27187,2	91	50,5	85590,0	130	43,5	74550,0
14	0,0	0,0	53	0,0	0,0	92	46,0	89286,0	131	54,0	177089,1
15			54	0,0	0,0	93	1,0	99400,0	132	127,0	225600,0
16			55	0,0	0,0	94	55,0	1403621,1	133	104,0	167090,9
17			56	281,5	437788,4	95	81,0	76500,0	134	62,8	96930,2
18	4,0	20000,0	57	210,0	362655,3	96	92,0	79530,0	135	17,8	82371,7
19			58	200,0	585926,5	97	129,0	91930,0	136	103,0	101790,0
20			59	380,0	994964,8	98	171,0	127150,0	137	68,0	50720,0
21			60	353,0	1321896,9	99	156,0	127010,0	138	79,0	44520,0
22			61	657,0	1087822,6	100	0,0	44380,0	139	92,0	89250,0
23			62	211,0	782441,1	101	106,0	88760,0	140	79,0	57060,0
24			63	40,0	269844,8	102	119,0	72910,0	141	64,0	77100,0
25	99,0	88013,1	64	0,0	0,0	103	130,0	78740,2	142	68,0	52345,0
26			65	700,0	250000,0	104	15,0	88760,0	143	53,0	25360,0
27			66	20,0	20000,0	105	58,0	88760,0	144	20,0	25360,0
28	0,0	175000,0	67	200,0	256835,9	106			145	86,0	112440,0
29	0,0	175000,0	68	225,0	566013,3	107	75,0	88760,0	146	21,0	25360,0
30	75,5	116806,9	69	250,0	830117,2	108	86,0	126240,0	147	114,0	259043,2
31	0,0	37500,0	70	12,0	12750,0	109	37,0	37480,0	148	84,0	81240,0
32			71	12,0	12750,0	110	110,0	71460,0	149	92,0	50720,0
33	0,0	37500,0	72	80,0	89809,5	111	82,0	108940,0	150	76,0	69880,0
34			73	23,0	30645,0	112	29,0	37480,0	151	11,0	13720,0
35			74	57,0	46750,0	113	122,0	71460,0	152	0,0	0,0
36	200,0	623426,5	75	46,0	38250,0	114	123,0	141200,0	153	0,0	0,0
37	0,0	0,0	76	24,5	19125,0	115	5,0	69740,0	154	0,0	0,0
38			77	20,5	19125,0	116	105,0	93500,0			
39	0,0	0,0	78	80,5	95985,0	117	220,0	153250,0			

Volver a Definición de Demandas y Distancias .

## Anexo 2

Vista general de la herramienta. Se pueden observar en la parte inferior las paletas con el nombre de cada problema, y otras nombradas Parámetros (para que el usuario defina los parámetros de cada modelo), Matriz global de distancias y Visualización (para ayudar en la visualización de las soluciones).

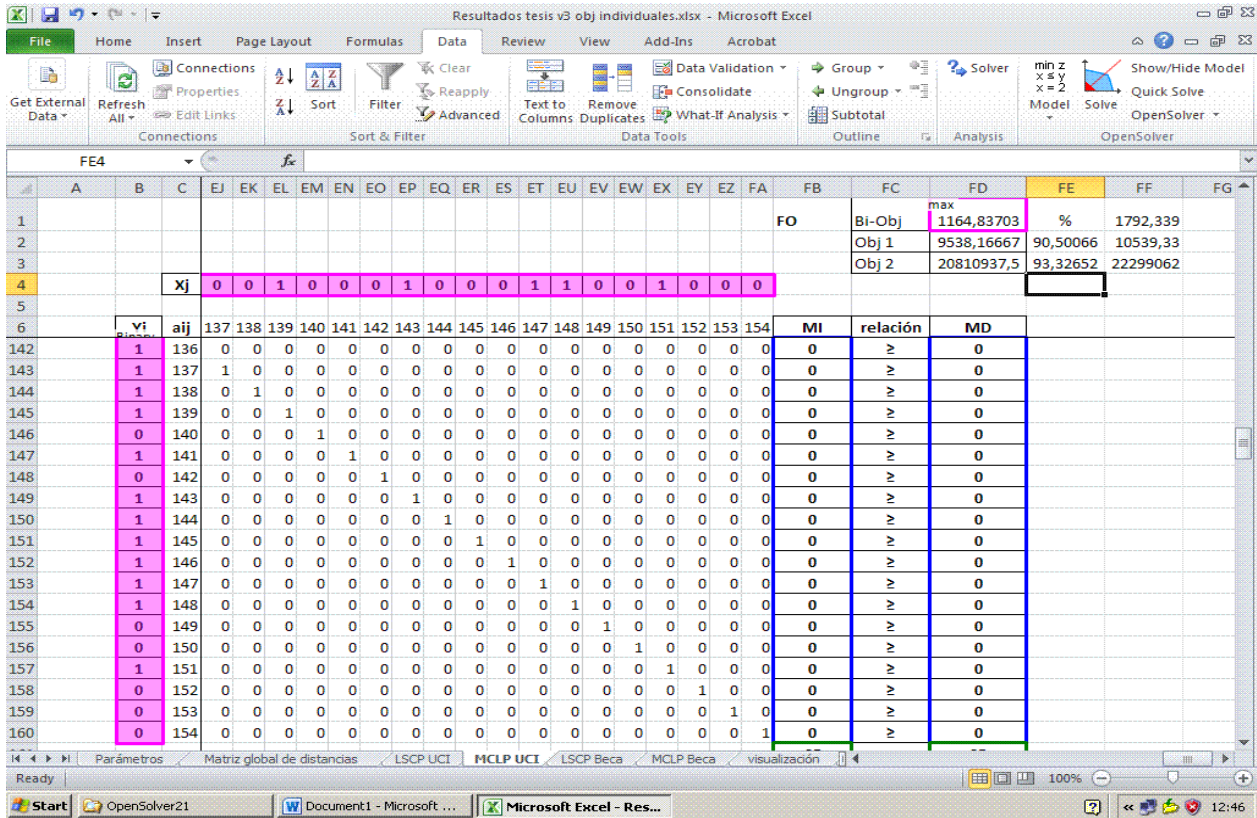


Figura 3.18: Vista general de la herramienta

## Anexo 3

Vista de la pestaña que permite el cambio o definición de los valores de los parámetros.

2	<b>UCI</b>			
3	<b>p =</b>	<b>25</b>		
4	<b>r =</b>	<b>90</b>		
5	<b>w1 =</b>	<b>0,5</b>		
6	<b>w2 =</b>	<b>0</b>	Peso relativo del objetivo 1 Debe introducir un número entre 0 y 1 (incluyendo el 0 y 1)	
7				
8				
9	<b>Beca</b>			
10	<b>p =</b>	<b>16</b>		

Figura 3.19: Vista parcial de la pestaña Parámetros

Volver a Implementación de los modelos en OpenSolver .

#### Anexo 4

Solución MCLP UCI con 30m 25p día con  $w_1=1$

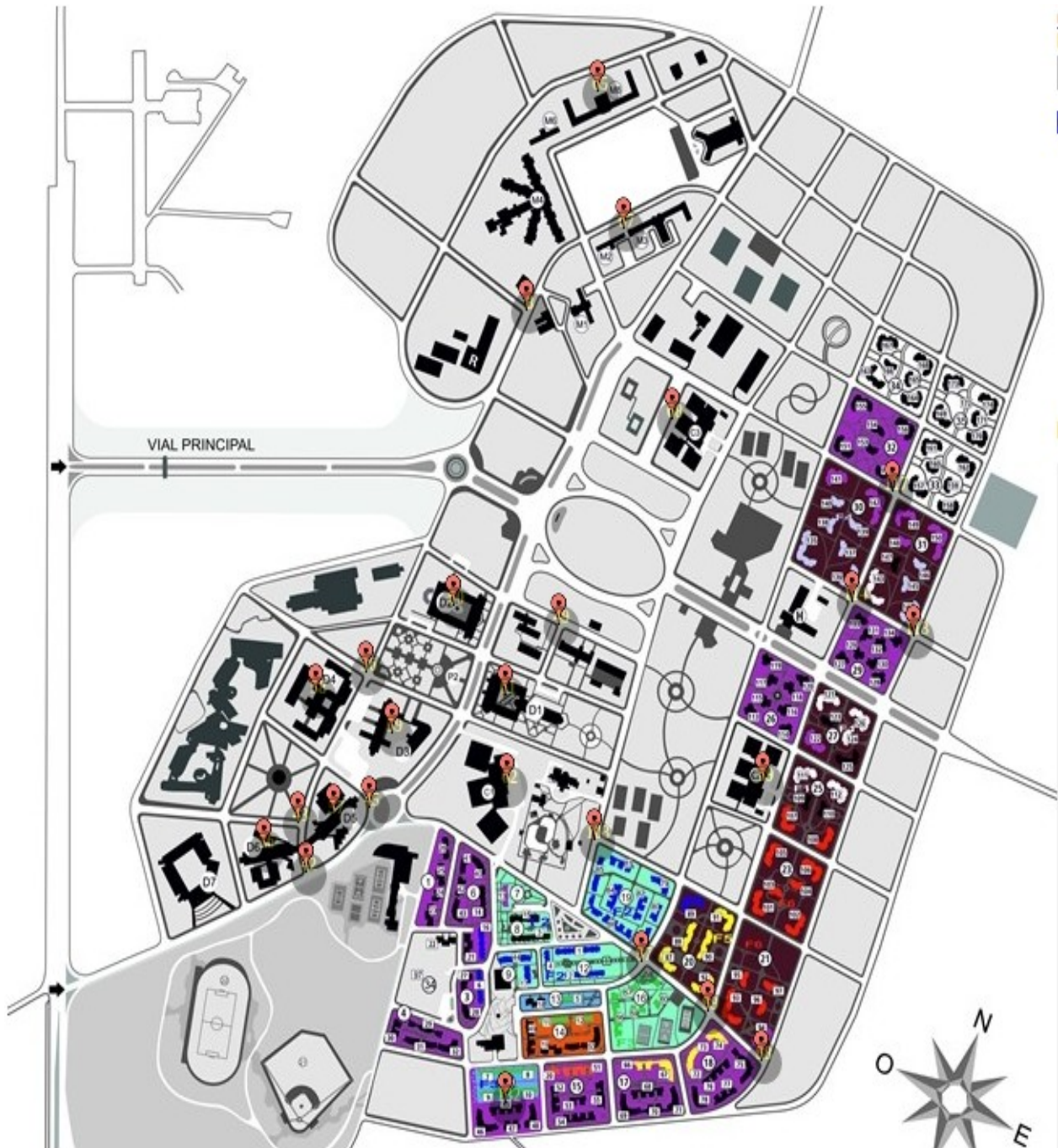


Figura 3.20: Solución MCLP UCI con 30m 25p día con  $w_1=1$

Volver a MCLP para la UCI con un radio de 30 metros y 25 postas.

## Anexo 5

Solución MCLP UCI con 30m 25p día con  $w_1=0$ .

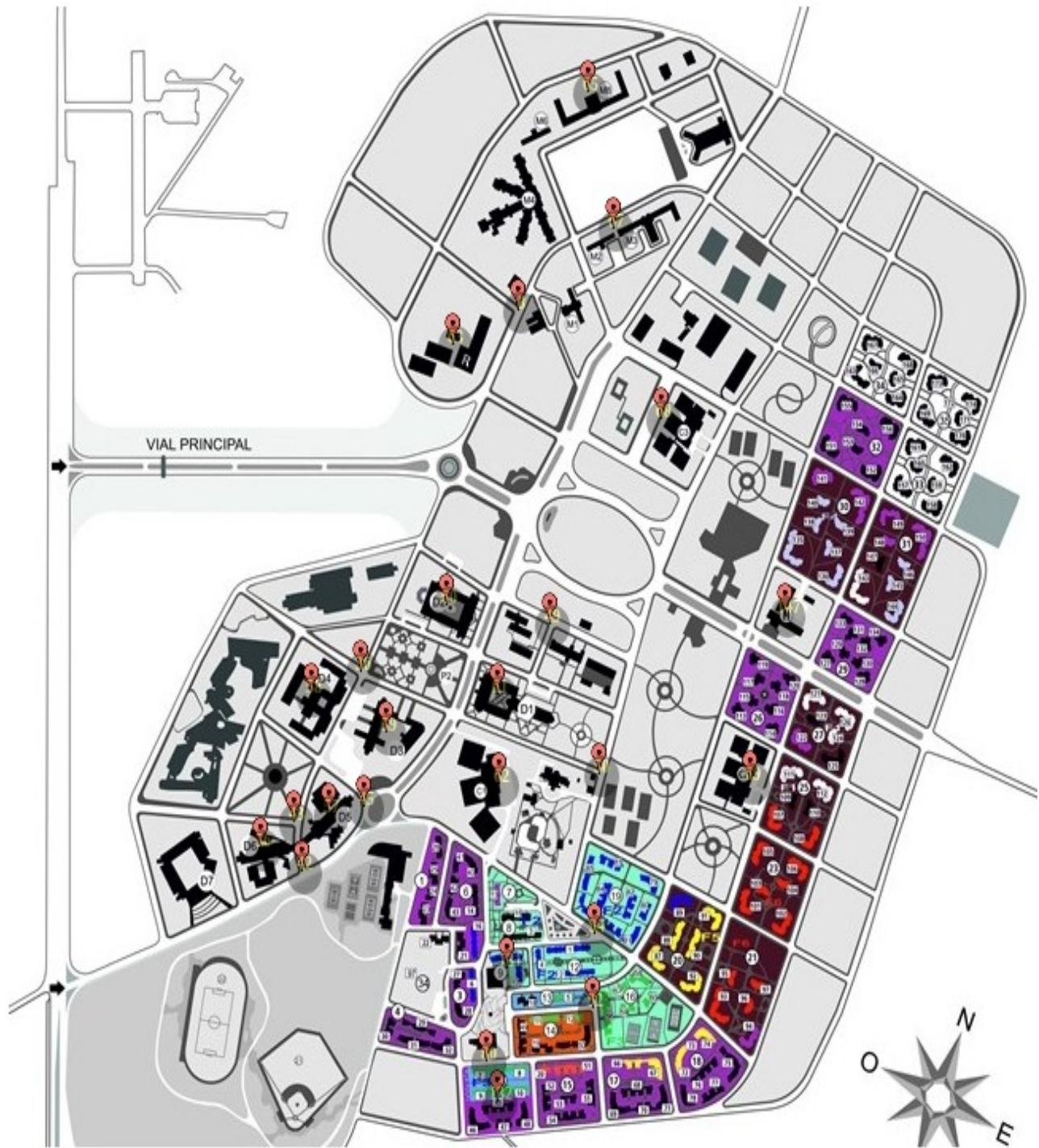


Figura 3.21: Solución MCLP UCI con 30m 25p día con  $w_1=0$

Volver a MCLP para la UCI con un radio de 30 metros y 25 postas.

## Anexo 6

Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con  $w_1=0$

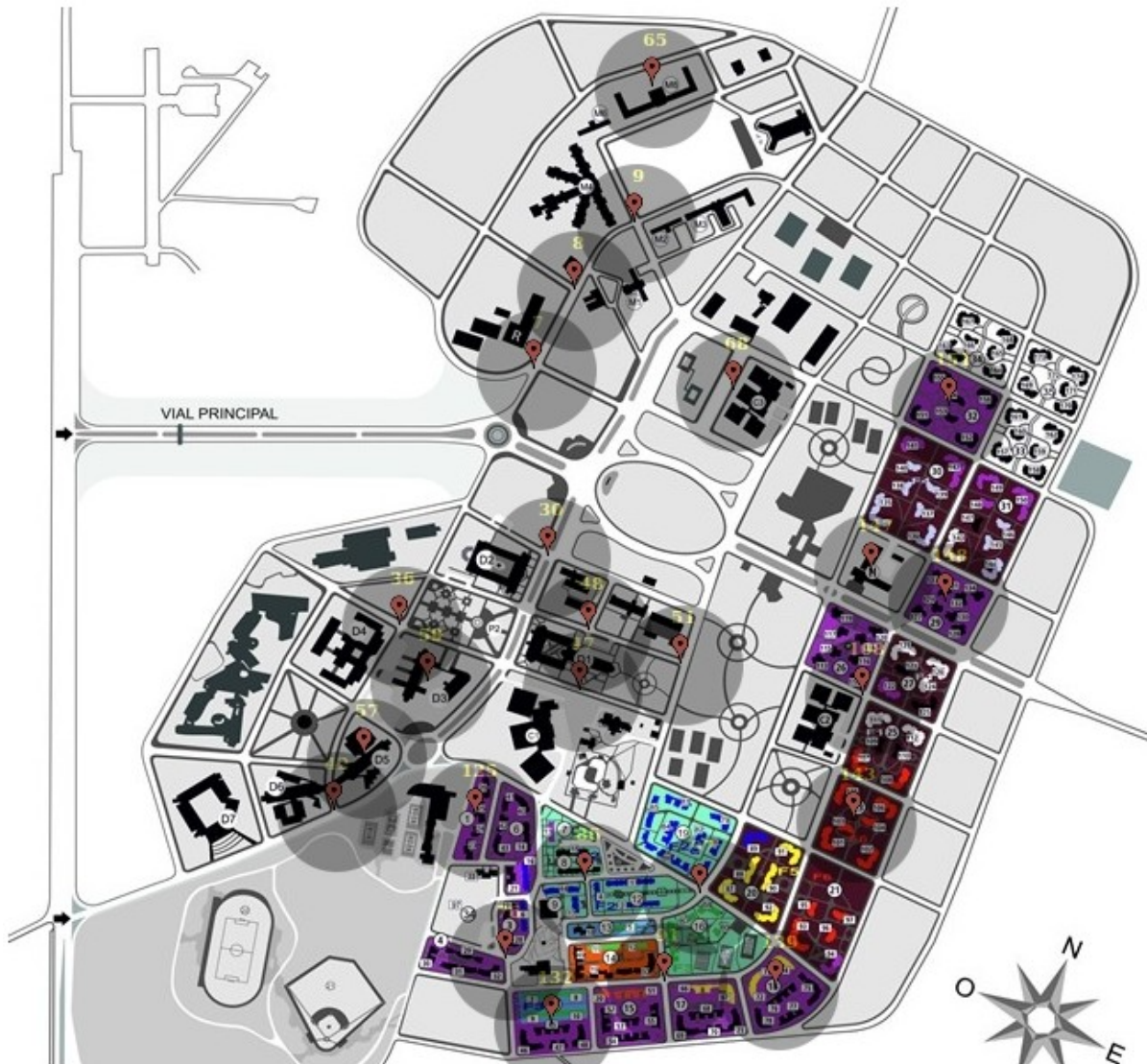


Figura 3.22: Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con  $w_1=0$

Volver a MCLP para la UCI con un radio de 90 metros y 25 postas.

## Anexo 7

Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con  $w_1=1$

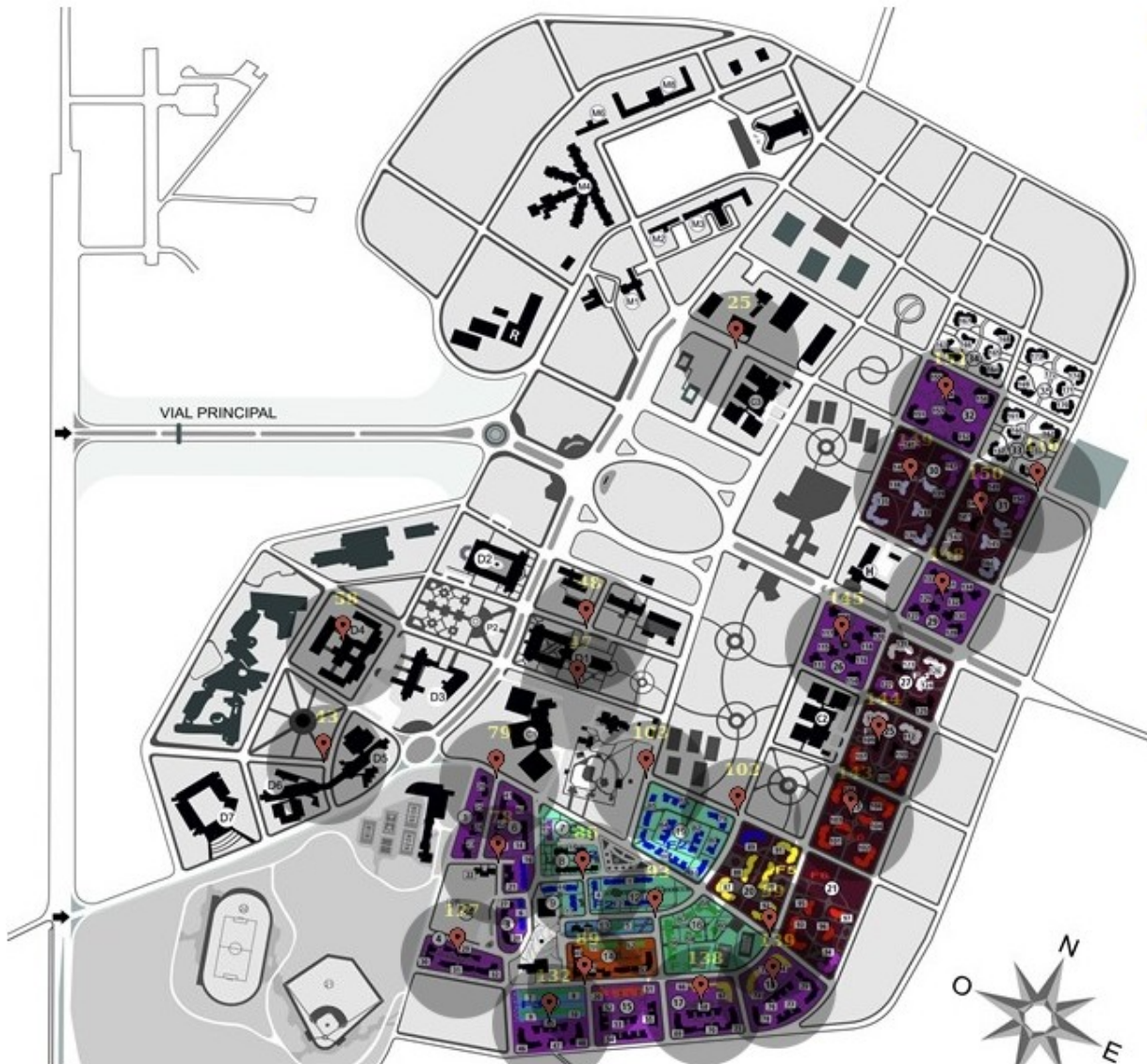


Figura 3.23: Solución MCLP UCI con 90m 25p noche con  $w_1=1$

Volver a MCLP para la UCI con un radio de 90 metros y 25 postas.

Anexo 8



Figura 3.24: Solución del MCLP Beca con 80 m  $p=7$  de noche

Volver a 3.3.3.



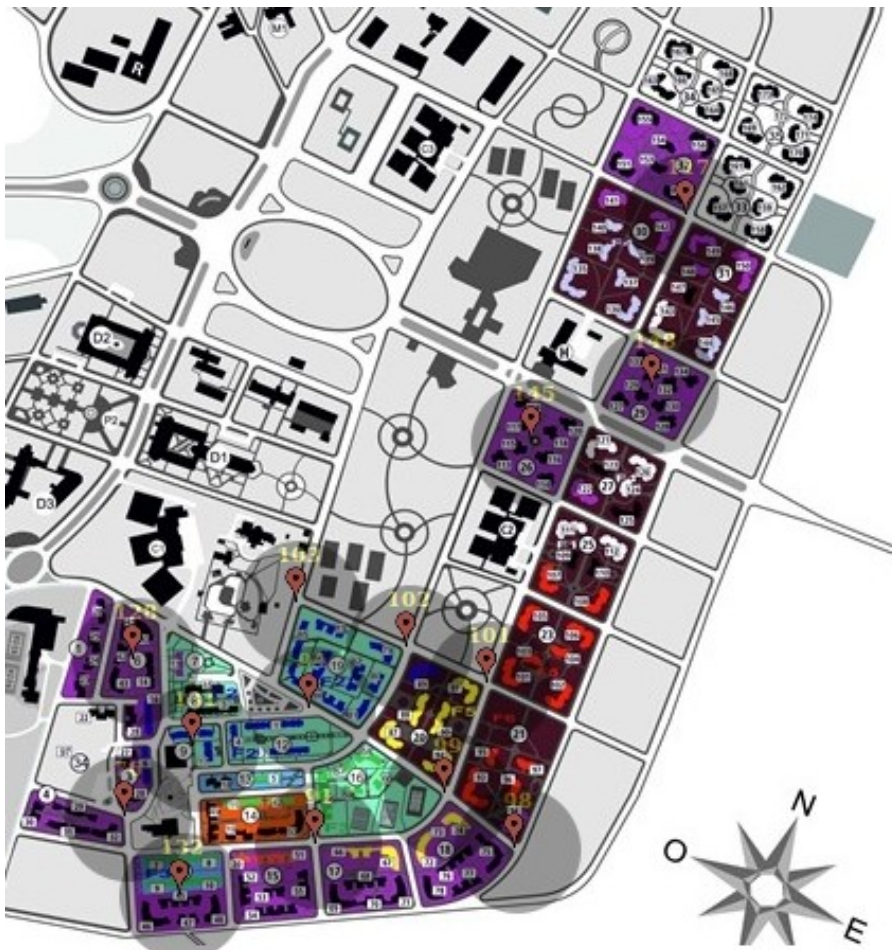


Figura 3.25: Solución del MCLP Beca con 80 m p=14 de noche

Volver a 3.3.3.

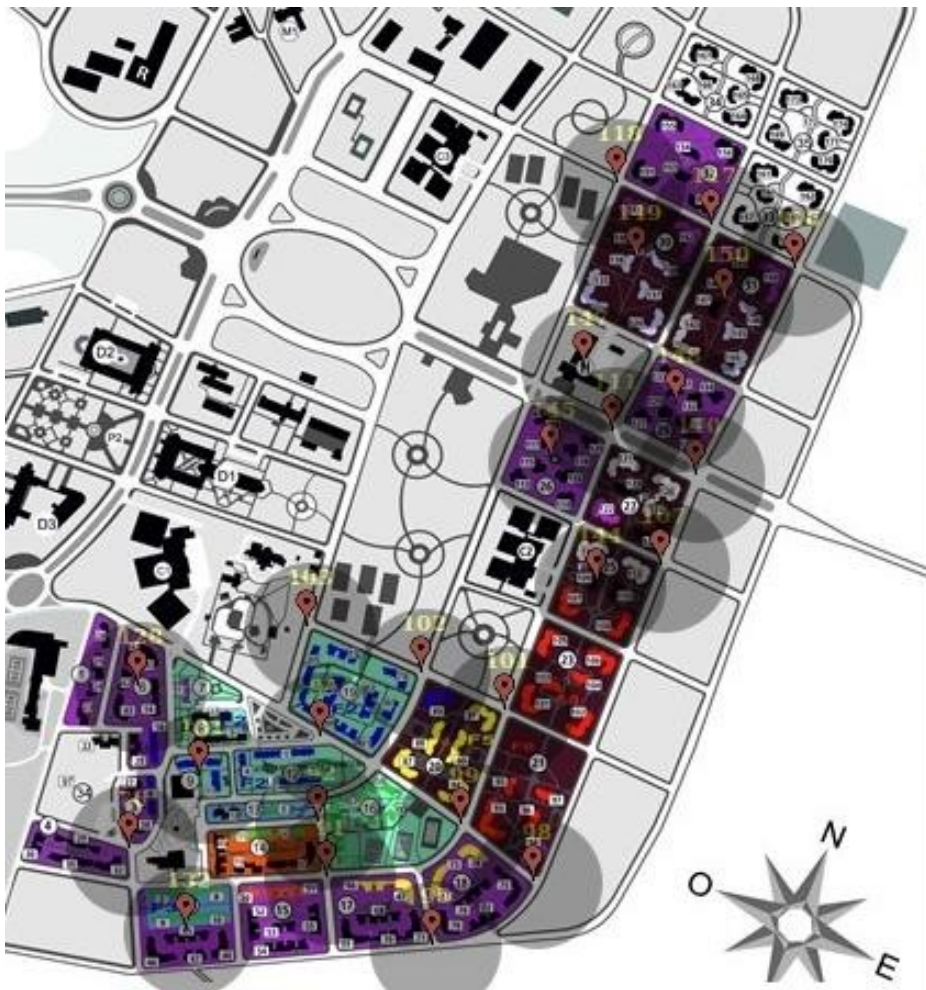


Figura 3.26: Solución del MCLP Beca con 80 m  $p=25$  de noche

Volver a 3.3.3.

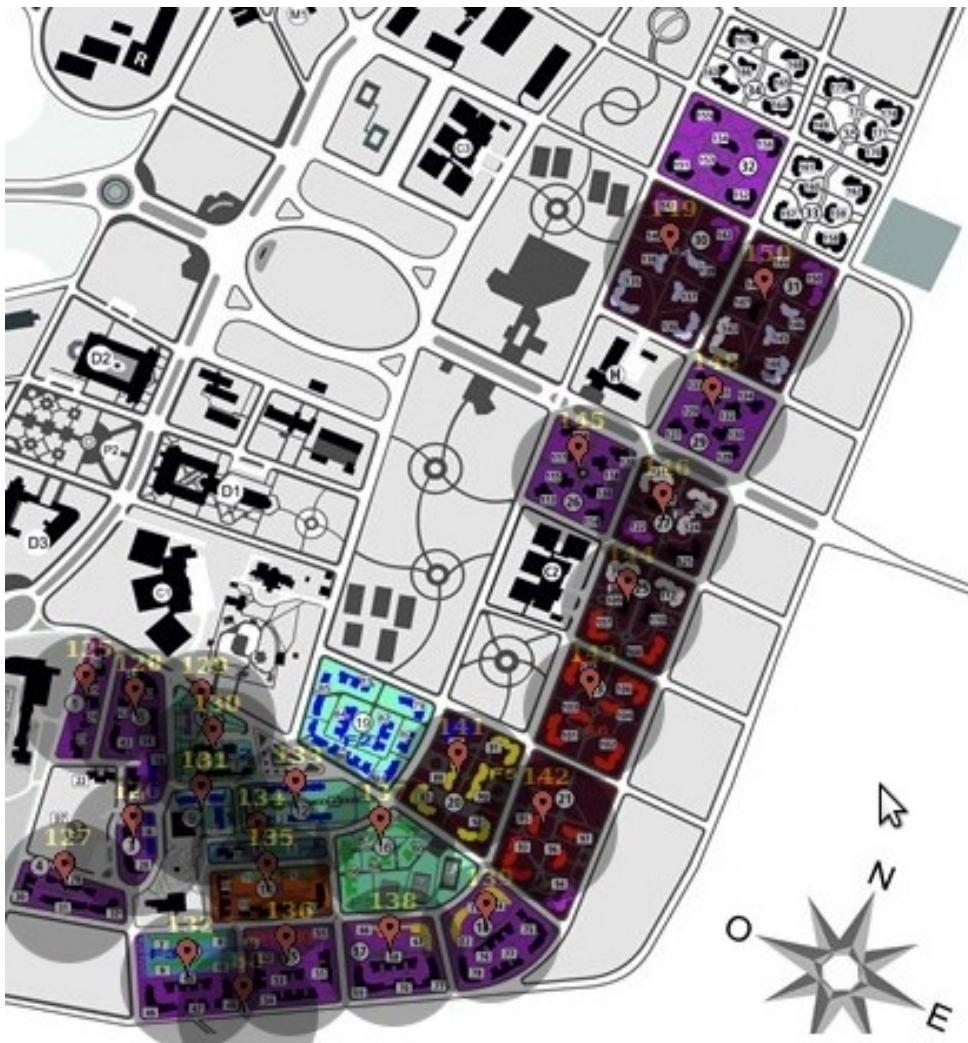


Figura 3.27: Posiciones actuales de la guardia estudiantil

Volver a 3.3.3.

## Anexo 9

Comparación de los vectores de la variante de localización usada hoy y la propuesta por el MCLP con  $r = 30$  y  $p = 25$  de día.

Nodo	Actua- les	90 m día	Nodo	Actua- les	90 m día	Nodo	Actua- les	90 m día	Nodo	Actua- les	90 m día
1	1	0	40	1	0	79	0	0	118	1	0
2	0	0	41	1	0	80	1	0	119	0	0
3	0	0	42	0	0	81	0	0	120	0	0
4	0	0	43	1	0	82	0	0	121	0	0
5	0	0	44	0	0	83	1	0	122	0	0
6	0	0	45	0	0	84	0	0	123	0	0
7	0	0	46	0	0	85	0	1	124	0	0
8	0	1	47	0	0	86	0	0	125	0	0
9	0	0	48	0	0	87	0	0	126	0	0
10	0	0	49	0	1	88	0	1	127	0	1

11	0	0	50	0	0	89	0	0	128	0	0
12	0	0	51	0	0	90	1	0	129	0	0
13	1	0	52	0	0	91	0	0	130	0	0
14	0	0	53	0	0	92	0	0	131	0	0
15	0	0	54	0	0	93	0	0	132	0	1
16	0	0	55	0	0	94	0	1	133	0	1
17	0	0	56	0	0	95	0	0	134	0	0
18	0	0	57	0	0	96	0	0	135	0	0
19	1	0	58	0	0	97	0	1	136	0	0
20	0	0	59	0	1	98	<u>1</u>	<u>1</u>	137	0	0
21	0	0	60	0	1	99	0	1	138	0	0
22	0	0	61	0	1	100	0	0	139	0	0
23	0	0	62	0	1	101	0	1	140	0	0
24	1	0	63	1	0	102	0	1	141	0	0
25	0	0	64	1	0	103	0	1	142	0	0
26	0	0	65	1	0	104	1	0	143	0	0
27	0	0	66	1	0	105	0	0	144	0	0
28	0	0	67	0	0	106	0	0	145	0	0
29	0	0	68	0	1	107	0	0	146	0	0
30	0	0	69	0	1	108	0	0	147	0	0
31	0	0	70	1	0	109	0	0	148	0	0
32	0	0	71	0	0	110	<u>1</u>	<u>1</u>	149	0	0
33	0	0	72	0	0	111	0	0	150	0	0
34	0	0	73	0	0	112	1	0	151	0	0
35	1	0	74	1	0	113	0	1	152	0	0
36	1	0	75	0	0	114	0	1	153	0	0
37	1	0	76	0	0	115	0	0	154	0	0
38	0	0	77	0	0	116	<u>1</u>	<u>1</u>			
39	0	0	78	0	0	117	0	1			

Volver a 3.4.1.